


AQUILA NON CAPTAT MUSCAS

Smith page [illegible]

[illegible]

LES TROIS LIVRES DES ELEMENS SPHERIQVES de Theodose Tripolitain.

Traduicts de Latin en François,

Par D. HENRION, Mathematicien.



A PARIS,

Chez ABRAHAM PACARD, ruë sainct Iacques, à l'Estoille d'or.

M. DC. XV.

AVEC PRIVILEGE DV ROY.

Gilliard



ADVERTISSEMENT.

AMY Lecteur, ayant mis en lumiere depuis peu de temps, les Elemens d'Euclide, en noſtre langue Françoiſe, i'ay penſé faire plaiſir à pluſieurs amateurs de la diuine ſcience Mathematique, leſquels n'entendent la langue Latine, ſi ie mettois auſſi au iour en noſtre langage François, les Elemens Spheriques de Theodoſe Tripolitain : C'eſt pourquoy depuis ce temps-là me venant quelque heure de loiſir, ie l'ay employée à faire ladite traduction, en laquelle i'ay ſuiuy les demonſtrations rapportées par Clauius, ne m'arreſtant toutesfois aux

parolles d'icelles, mais au ſens, afin de rendre icelles demonſtrations plus claires & intelligibles. Or voila mon trauail; reçois-le (amy Lecteur) attendant que i'aye la commodité de te donner le ſecond volume de mes memoires Mathematiques, & autres œuures.

Extraict du Priuilege du Roy.

PAr grace & priuilege du Roy, il eſt permis à D. Henrion Mathematicien, de faire imprimer par tel Imprimeur que bon luy ſemblera, *Les Elemens Spheriques de Theodoſe*, qu'il a traduicts de Latin en François, & ce iuſques au terme de ſix ans finis & accomplis, à compter du iour que ledit Liure ſera acheué d'imprimer, pendant lequel temps, deffenſes ſont faictes à tous Imprimeurs, Libraires, & autres perſonnes de quelque eſtat ou condition qu'ils ſoient, d'imprimer ou faire imprimer ledit liure, d'achepter, vendre ny diſtribuer aucune induë impreſſion d'iceluy, ſur peine de mille liures d'amende, & confiſcation des liures & exemplaires qui ſe trouueront d'autre impreſſion que de celle qu'aura faict faire ledict Henrion. Voulant en outre ſa Majeſté, qu'en apposant au commencement ou à la fin dudit liure vn extraict des preſentes, elles ſoient tenuës pour bien notifiées & ſignifiées, nonobſtant quelconque lettre au contraire: Car tel eſt le plaiſir de ſa Majeſté. Donné à Paris le 26. Sept, 1614.

Par le Roy en ſon Conſeil.

ADDE'E.



PREMIER LIVRE DES ELEMENS SPHERIQVES DE THEODOSE.

Definitions.

1. SPhere, eſt vne figure ſolide compriſe d'vne ſeule ſuperficie, à laquelle toutes les lignes droictes menees d'vn ſeul des poincts qui ſont dans la figure, ſont egales entr'elles.

2. Mais le centre de la Sphere, eſt ce poinct là, duquel toutes les lignes droictes menees à la ſuperficie, ſont egales entr'elles.

3. Laxe de la Sphere, eſt vne ligne droicte tiree par le centre, & terminee de part & d'autre à la ſuperficie de la Sphere.

4. Les poles de la Sphere, ſont les poincts extremes d'iceluy axe.

5. Le pole d'vn cercle en la Sphere, eſt vn poinct en la ſuperficie de la Sphere, duquel toutes les lignes droictes tendantes à la circonference du cercle, ſont egales entr'elles.

6. Vn plan, eſt dit eſtre ſemblablement incliné à vn plan, & vn autre plan à vn autre plan, quand les lignes droictes tirees en l'vn & en l'autre plan, leſquelles faſſent les angles droicts auec la commune ſection des plans, comprennent en meſmes poincts angles egaux.

Ceſte definition eſt expliquee par Eucl. liure 11. c'eſt pourquoy Clauius en cét endroict l'a delaiſſee : & au lieu d'icelle a adiouſté la ſuiuante.

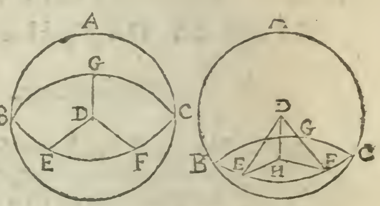
7. En la Sphere, les cercles ſont dits eſtre egalement diſtans du centre de la Sphere, quand les perpendiculaires, leſ-

quelles sont tirees du centre d'icelle Sphere,és plans d'iceux cercles, sont egales. Mais celuy-là est dit plus esloigné,au plan duquel tombe la plus grande perpendiculaire.

Theoreme I. Proposit. I.

Si vne superficie Spherique est coupee par quelque plan; la ligne qui sera faicte en la superficie de la Sphere, est vne circonference de cercle.

La superficie Spherique A B C, de laquelle le centre est D, soit couppee par quelque plan, faisant en la superficie de la Sphere la ligne B E F C G. Ie dis qu'icelle ligne B E F C G, est la circonference d'vn cercle.



Qu'il ne soit ainsi: le plan couppant passera par le centre de la Sphere, ou non: qu'il y passe premierement, tellement que le centre D soit en iceluy plan couppant, & d'iceluy D, soient menees à ladite ligne B E F C G, les lignes droictes D E, D F, D G. Donc puis que toutes ces lignes droictes sont tirees du centre de la Sphere à sa superficie, (car par l'hypothese, la ligne B E F C G, est en la superficie de la Sphere) elles sont egales entr'elles: & partant par la 15. d. 1. d'Eucl. la ligne BEFCG, sera la circonference du cercle, duquel le centre est D, qui est le mesme que de la Sphere.

Maintenant, que le plan couppant ne passe par le centre de la Sphere, par la 11. p. 11. du centre D, soit tiree D H perpendiculaire au plan couppant, & de H soient tirees à la ligne B E F C G, les lignes droictes H E, H F, & mené D E, D F. D'autant que par la 2. d. 11. d'Eucl. les angles D H E, DHF, sont droicts, par la 47. p. 1. le quarré de D E, sera esgal aux quarrez de D H, H E, & le quarré de D F à ceux de D H, HF. Mais les quarrez de D E, D F, sont egaux entreeux, pource que les lignes D E, D F, lesquelles tombent du centre de la Sphere a sa superficie, sont egales entr'elles.

Donc les quarrez de D H, H E, sont ensemble egaux aux quarrez de D H, H F, ensemble : ostant donc le commun quarré de D H, resteront egaux les quarrez des lignes H E, H F: & partant icelles lignes H E, H F, seront aussi egales entr'elles. Par mesme argument on demonstrera que toutes les lignes droictes tombantes de H à la ligne B E F C G, sont egales tant entr'elles, qu'à icelles H E, H F. Parquoy par la 15.d.1. d'Eucl. la ligne B E F C G, sera la circonference du cercle, duquel le centre est le poinct H, auquel tombe la perpendiculaire D H. Ce qu'il falloit prouuer.

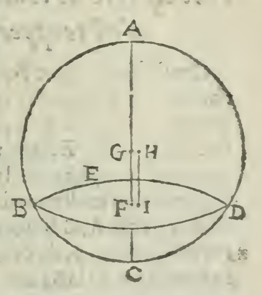
COROLLAIRE.

De ce que dessus appert, que si le plan coupant la Sphere passe par le centre d'icelle, sera faict vn cercle ayant mesme centre que la Sphere: mais que s'il ne passe par le centre, sera faict vn cercle ayant vn autre centre que la Sphere: c'est à sçauoir ce poinct là auquel tombe la perpendiculaire tiree du centre de la Sphere au plan couppant.

Prob. I. Prop. II.

Trouuer le centre d'vne Sphere donnee.

Soit donnee la Sphere A B C D: & il faut trouuer le centre d'icelle.



Soit couppee icelle Sphere par quelque plan faisant la ligne B D E en la superficie d'icelle, laquelle sera par la preced. prop. la circonference d'vn cercle: & d'iceluy soit trouué le centre F par la 1. p. 3. d'Eucl. Si donc le cercle B D E, passe par le centre de la Sphere, par le corol. de la preced. le poinct F sera pareillement le centre de la Sphere: Mais s'il ne passe par le centre de la Sphere, par la 12. p. 11. d'Eucl. soit erigée de F, au plan du cercle B D E, la perpendiculaire F G, laquelle estant tiree iusques aux poincts A, C, de la superficie, soit couppee en deux esgalement en G. Ie dis que G est le centre de la Sphere. Car s'il ne l'est, soit (s'il est possible) le centre H, couppant tous les diametres en

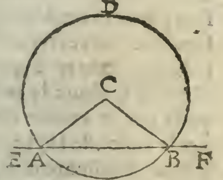
deux egalement, lequel ne sera en la ligne A C, puis qu'icelle est couppee en deux egalement au poinct G, mais hors d'icelle. Par la 11. p. 11. d'Euc. de H centre de la Sphere, soit tiree sur le plan du cercle B D E, la perpend. H I, laquelle par la 6. p. 11. sera parallele à la ligne F G : & partant elle ne tombera pas au poinct F : car alors les deux paralleles H I, G F, se rencontreroient ensemble au poinct F. Ce qui ne se peut faire. Et puis que par le corol. de la preced. la perpendiculaire tiree du centre de la Sphere au plan du cercle B D E, tombe au centre d'iceluy, I sera le centre du cercle BDE: Mais par la construction F est aussi le centre du mesme cercle. Ce qui est absurde: car vn mesme cercle a vn seul centre. Il n'y a donc point d'autre poinct que G, qui soit centre de la Sphere.

COROLLAIRE.

De cecy est manifeste, que si en la Sphere il y a vn cercle qui ne passe par le centre d'icelle, & du centre d'iceluy est tiree vne perpendiculaire au plan dudit cercle, en icelle perpendiculaire est le centre de la Sphere.

Theor. 2. Prop. 3.

Vne Sphere ne touche pas vn plan, par lequel elle n'est couppee, en plus d'vn poinct.



Car si faire se peut, qu'vne Sphere touche vn plan par lequel elle n'est couppee, en plus d'vn poinct, comme en A & B. Estant trouué par la preced. le centre de la Sphere C, soient tirees les lignes droictes C A, C B: & par C A, C B, soit tiré vn plan lequel par la 1. p. de ce liure fasse en la superficie de la Sphere, la circonference du cercle A B D, mais au plan couppant, la ligne droicte E A B F. par la 3. p. 11. d'Euc. Donc puis que le plan touchant, au quel est la ligne droicte E A B F, ne couppe la Sphere, ny partant aussi le cercle A B D, qui est en la superficie d'icelle, est faict que la ligne droicte E A B F, ne couppe pas le cercle A B D. par-

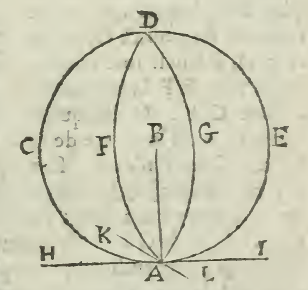
quoy la ligne droicte A B, tombe toute hors le cercle. Et pource que les deux poincts A & B, sont pris en la circonference du cercle A B D, la mesme ligne droicte A B, tiree du poinct A au poinct B, tombera toute dans le cercle A B D par la 2. p. 3. d'Eucl. Mais elle tombe aussi dehors: ce qui est absurde: donc la Sphere ne peut toucher vn plan par lequel elle n'est couppee, qu'en vn seul poinct. Ce qu'il falloit prouuer.

COROLLAIRE.

De cecy appert, que s'il y a deux poincts marquez en la superficie de la Sphere, la ligne droicte conioignant iceux, tombera dedans la Sphere.

Theor. 3. Prop. 4.

Si vne Sphere touche vn plan, lequel ne couppe icelle; la ligne droicte tiree du centre de la Sphere à l'attouchement, sera perpendiculaire au plan.

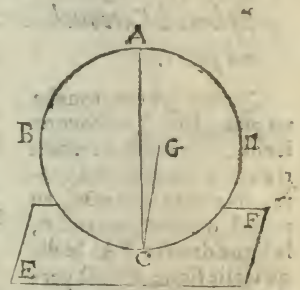


Qu'vne Sphere touche vn plan, lequel ne couppe icelle, au poinct A: estant trouué B cētre de la Sphere, soit tiree d'iceluy, au poinct d'attouchement A, la ligne droicte B A. Ie dis qu'icelle ligne B A est perpendiculaire au susdit plan. Qu'ainsi ne soit: par la ligne A B soient tirez comme on voudra deux plans s'entre-couppans, lesquels par la 1. p. de ce liure, fassent en la superficie de la Sphere, les circonferences de cercles A C D E, A F D G, & au plan touchant, les lignes droictes H A I, K A L, par la 3. p. 11. Donc puis que l'vn & l'autre cercle A C D E, A F D G, passe par le centre de la Sphere B, pareillement B sera le centre de chacun d'iceux cercles par le corol. de la 1. p. de ce liure. Derechef, puis que le plan touchant la Sphere, ne la coupe, aussi

les lignes droictes HAI, KAL, estans en iceluy, ne couppent la mesme Sphere, ny partant aussi les cercles ACDE, AFDG, estant en la superficie d'icelle Sphere. La ligne droicte HAI touche donc seulement le cercle ACDE au poinct A, & la ligne droicte KAL, le cercle AFDG au mesme poinct A. Donc par la 18. p. 3. d'Eucl. la ligne BA est perpendiculaire à la ligne droicte HAI, & à la ligne KAL. Parquoy par la 4 p. 11. d'Eucl. la mesme ligne BA, sera aussi perpendiculaire au plan touchant, pource qu'il est mené par les lignes droictes HAI, KAL.

Theor. 4. Prop. 5.

Si la Sphere touche vn plan, lequel ne couppe icelle, & du poinct d'attouchement, est esleuee vne ligne droicte perpendiculaire à iceluy plan; en icelle ligne esleuee, sera le centre de la Sphere.

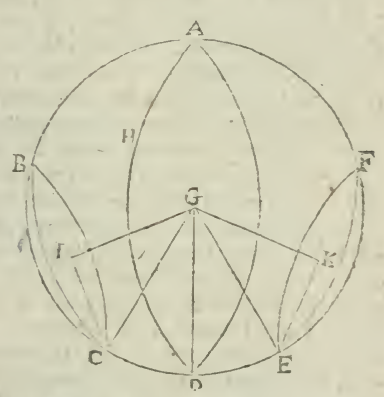


Soit la Sphere ABCD, qui touche au poinct C, le plan EF, lequel ne couppe icelle: & du poinct C, par la 12. p. 11. d'Eucl. soit esleuee sur le plan EF la perpendiculaire CA. Ie dis qu'en icelle CA est le centre de la Sphere. Car s'il n'y est, soit (s'il est possible) G, le centre de la Sphere hors icelle ligne CA, & de G à C, soit menee la ligne droicte GC, laquelle sera perpendiculaire au plan EF par la prop. precedente. Mais AC estoit aussi perpendiculaire au mesme plan: donc du mesme poinct C, seront tirez deux perpendiculaires au mesme plan EF. Ce qui est absurde: Car par la 13. p. 11. d'Euc. d'vn poinct donné en vn plan, ne se peuuēt esleuer d'vn mesme costé deux lignes droictes perpendiculaires à iceluy plan. En la mesme maniere sera demonstré que tout autre poinct posé hors la ligne CA, n'est le centre de la Sphere. Parquoy le centre de la Sphere est en ladite ligne CA. Ce qu'il falloit prouuer.

Theor.5.Prop.6.

Des cercles qui ſont en la Sphere, les tres-grands ſont ceux qui ſont tirez par le centre de la Sphere: Et des autres, ceux-là ſont egaux entr'eux, qui ſont egalement diſtans du centre: mais les plus eſloignez du centre, ſont les moindres. Et en la Sphere, les tres-grands cercles, paſſent par le centre de la Sphere: mais des autres, les egaux ſont egalement diſtans du centre: & les moindres, les plus eſloignez d'iceluy centre.

En la Sphere A B C D E F, de laquelle G eſt le centre, ſoit le cercle A H D qui paſſe par le centre G, & les autres B C, F E, leſquels ne paſſét par ledit centre. Ie dis que le cercle A H D eſt le plus grand de tous ceux, &c. Qu'il ne ſoit ainſi: du centre G, par la 11. p. 11. d'Euclide,



ſoient tirees les lignes droictes G I, G K, perpendiculaires aux plans des cercles B C, F E, leſquelles tomberont és centres d'iceux par le corol. de la 1. p. de ce liure: tellement que I, K, ſont les centres des cercles B C, F E: & par le meſme corol. G centre de la Sphere, eſt auſſi centre du cercle A H D. Si donc de G, I, K, on tire à la ſuperficie de la Sphere, les lignes droictes G D, I C, K E, elles ſeront ſemidiametres des cercles A H D, B C, F E: ſoient tirees G C, G E.

Donc puis que par la 2. d. 11. d'Eucl. au triangle G I C, l'angle I est droict, par la 47. p. 1. d'Eucl. le quarré de G C, sera egal aux quarrez de GI, I C. Ostant donc le quarré de la ligne G I, restera le quarré de G C plus grand que le quarré de I C; & partant la ligne G C, c'est à dire G D, son egale, sera aussi plus grande que la ligne I C. Parquoy le cercle A H D ayant plus grand semidiametre que le cercle B C, sera plus grand qu'iceluy cercle B C. On demonstrera en la mesme maniere que le cercle A HD, est plus grand que quelconque autre cercle qui ne passe par le centre de la Sphere G. Le plus grand cercle est donc A H D.

Maintenant, les cercles B C, FE, soient egalement distans du centre G; c'est à dire que les perpend. G I, G K, soient egales. Ie dis qu'iceux cercles B C, F E, sont egaux. Car puis que les lignes droictes G C, G E, tombantes du centre de la Sphere en la superficie d'icelle, sont egales; & partant les quarrez d'icelles aussi egaux, & tant le quarré de G C, egal aux quarrez de G I, I C, que le quarré de G E, aux quarrez de GK, KE par la 47. p. 1. d'Eucl. les quarrez de GI, I C, ensemble, seront egaux aux quarrez de GK, KE, ensemble. Ostant donc les quarrez des lignes egales G I, GK, resteront egaux les autres quarrez des lignes I C, KE; & partant icelles lignes serōt aussi egales. Parquoy puis qu'elles sont semidiametres des cercles B C, E F, iceux cercles seront aussi egaux.

Que si l'vn ou l'autre d'iceux cercles, sçauoir B C, est posé estre plus esloigné du centre G, que l'autre F E, c'est à dire qu'on pose la perpendiculaire G I estre plus grande que la perpendiculaire G K; on demonstrera presque en la mesme maniere que le cercle B C est moindre que le cercle F E. Car puis que les quarrez de GI, I C, ont esté demonstrez esgaux aux quarrez de GK, KE, si on oste les quarrez inegaux des lignes inegales, G I, GK, desquels celuy là est le plus grād (pource que la ligne GI a esté posee plus grande que la ligne GK) restera le quarré de la ligne I C, moindre que le quarré de la ligne K E; & partant la ligne I C, sera moindre que la ligne K E. Donc le cercle B C sera aussi moindre que le cercle E F.

Maintenant, le cercle A H D soit le plus grand de tous: Ie dis qu'il passe par le centre de la Sphere G. Car s'il n'y passe, qu'el-

quelque autre cercle passant par le centre G, sera plus grand que le cercle A H D qui ne passe par le centre, comme il a esté demonstré en ceste prop. Parquoy A H D n'est pas le plus grand cercle. Ce qui est contre l'hypothese. Le cercle A H D passe donc par le centre de la Sphere G.

En apres, soient egaux les cercles B C, F E; Ie dis qu'ils sont egalement distans du centre G. Car ayant construict comme dessus, les semidiametres I C, K E, seront egaux. Et pource que les quarrez de G I, I C, sont egaux aux quarrez de G K, K E, comme il a esté demonstré, ostant les quarrez egaux des lignes egales I C, K E, resteront egaux les quarrez des lignes G I, G K; & partant icelles lignes seront aussi egales. Parquoy veu que par la construction, icelles lignes sont perpendic. aux plans des cercles B C, E F, iceux seront egalement distans du centre de la Sphere G.

Que si on pose l'vn d'iceux cercles B C, F E, sçauoir est B C, estre moindre que l'autre cercle F E, nous demonstrerons presque en la mesme maniere, que la perpend. G I est plus grande que la perpend. G K. Car puis que les quarrez de G I, I C, ont esté demonstrez egaux aux quarrez de G K, K E, & le quarré de I C, estre moindre que le quarré de K E; le quarré de G I sera plus grand que le quarré de G K; & partant aussi la ligne I G, plus grande que la ligne G K. Parquoy veu que par la construction icelles G I, G K, sont perpendic. aux plans des cercles B C, E F; le moindre cercle B C sera plus esloigné du centre G, que F E plus grand cercle que B C. Donc les plus petits cercles sont plus esloignez du centre de la Spehre que les plus grands.

SCHOLIE.

Les cercles qui passent par le centre de la Sphere, sont appellez par les Latins, maximi circuli, *c'est à dire tres-grands cercles; mais les François parlans d'iceux, disent simplement grands cercles de la Sphere: C'est pourquoy le Lecteur sera aduerty que quand il trouuera cy-apres simplement* grand cercle *ou* grand parallel, *il entende tres-grand cercle, ou tres-grand parallel, c'est à dire vn cercle, ou parallel passant par le centre de la Sphere, & qui par consequent a mesme centre qu'icelle.*

Theor. 6. Prop. 7.

S'il y a vn cercle en la Sphere, & du centre d'icelle Sphere est tiree vne ligne droicte au centre du cercle: icelle ligne droicte sera perpendiculaire au plan du cercle.

En la Sphere ABC, de laquelle le centre est D, soit le cercle BFCG, duquel le centre est E: & la ligne droicte DE conioigne les deux centres D, E: Ie dis qu'icelle ligne DE est perpendiculaire au plan du cercle BFCG. Car estant tirez deux diametres BC, FG au cercle BFCG, soient tirees des extremitez d'iceux à D centre de la Sphere, les lignes droictes BD, CD, FD, GD, lesquelles seront toutes egales entr'elles, puis que du centre de la Sphere elles tombent à la circonference d'icelle. Mais aussi BE, CE, FE, GE, demy-diametres du cercle BFCG, sont egaux. Donc les deux costez DE, EB, du triangle BDE, sont egaux aux deux costez DE, EC du triangle CDE, & la base BD egale à la base CD, & par la 8 p. 1. d'Eucl. les deux angles BED, CED, seront egaux; & partant droicts. Donc la ligne droicte DE, est perpendiculaire à la ligne droicte BC. En la mesme maniere sera demonstree la ligne droicte DE estre aussi à angles droicts sur la ligne droicte FG. Parquoy icelle ligne DE sera aussi perpendicul. au plan du cercle BFCG tiré par les lignes droictes BC, FG, par la 4. p. 11. d'Eucl ce qu'il falloit prouuer.

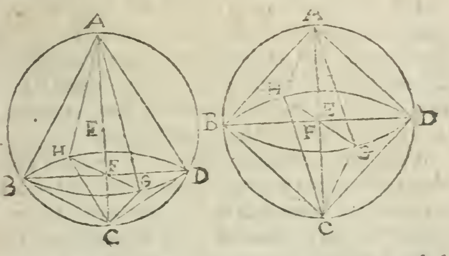


Theor. 7. Prop. 8.

Si en la Sphere il y a vn cercle, & du centre d'icelle est tiree vne perpendiculaire sur le cercle, laquelle soit produicte de part & d'autre: icelle perpẽdiculaire tombera és poles d'icluy cercle.

En la Sphere ABCD, de laquelle le centre est E, soit le

cercle B G D H, au plan duquel est tiree du centre de la Sphere, la perpendiculaire E F, qui prolongee de part & d'autre, tombe en la superficie de la Sphere aux poincts A & C. Ie dis qu'iceux poincts A, C, sont les poles du cercle BGDH. Car la perpendicul. E F tombera au centre du cercle B G D H; par le corollaire de la premiere de ce liure; & partant F sera le centre du cercle. Que si le cerlce B G D H est tiré par le centre de la Sphere, iceluy centre de la Sphere E, sera le mesme que F centre du cercle; duquel par la 12. p. 11. d'Euclide, soit tiree sur le plan d'iceluy cercle, la perpendiculaire A C. Donc estans tirez deux quelconques diametres B D, G H, des extremitez d'iceux soient tirees des lignes droictes aux poincts A & C. Et d'autant que A F est perpendiculaire au plan du cercle B G D H, tous les angles faits à F, seront droicts par la 2. d. 11. d'Eucl. Parquoy les deux triangles A F B, A F H, auront les deux costez A F, F B, egaux aux deux costez A F, F H, lesquels comprennent angles egaux, sçauoir droicts: donc par la 4. p. 1. d'Eucl. les bases A B, A H, seront egales. En la mesme maniere les lignes droictes A D, A G, & autres quelconques tirees de A, à la circonference du cercle B G D H, seront demonstrees egales tant entr'elles qu'aux lignes A B, A H. Donc le poinct A est vn pole du cercle B G D H, par la 5. d de ce liure. On demonstrera en la mesme maniere, que C est aussi vn pole du mesme cercle.



SCHOLIE.

Clauius rapporte icy les deux Theoremes suiuans, lesquels il dit estre adioustez en la version de Maurolicus.

I.

S'il y a vn cercle en la Sphere, du centre duquel soit tiree vne perpendiculaire au plan du cercle, laquelle soit pro-

longee de part & d'autre; icelle tombera en l'vn & l'autre pole du cercle.

En la mesme figure, de F centre du cercle B G D H, *soit esleuee* F A *perpendiculaire au plan d'iceluy cercle, laquelle rencontre la superficie de la Sphere és poincts* A, C. *Ie dis que* A, C, *sont les poles du cercle* B G D H. *Car derechef par la 2. d. 11. d'Euclide tous les angles que la ligne droicte* A F *faict à* F, *seront droicts. Parquoy comme deuant les lignes* A B, A D, A G, A H, *&c. seront egales entr'elles; &c.*

Autrement. *D'autant que par le Corolaire de la 2. p. de ce liure, la perpend.* F A *passe par le centre de la Sphere* E, *la ligne droicte* E F, *tiree de* E *centre de la Sphere, sera perpend. au plan du cercle* B G D H. *Parquoy comme il a esté demonstré en ceste 8. p. icelle perpend. tombera és poles du mesme cercle. Ce qui estoit proposé.*

II.

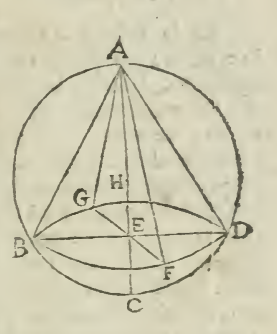
S'il y a vn cercle en la Sphere, & de l'vn des poles d'iceluy est tiree vne ligne droicte par son centre; icelle sera perpendiculaire au plan d'iceluy cercle, & estant prolongee elle tombera en l'autre pole.

En la mesme figure, de A, *pole du cercle* B G D H, *par* F *centre d'iceluy, soit menee la ligne droicte* A F, *rencontrant la superficie de la Sphere en* C. *Ie dis qu'icelle* A F *est perpend. au plan du cercle* B G D H, *& que C est l'autre pole du mesme cercle. Car puis que les deux triangles* A F B, A F D, *ont deux costez* A F, F B, *egaux aux deux costez* A F, F D, *& la base* A B *egale à la base* A D, *par la def. 5. ils auront aussi les deux angles* A F B, A F D, *egaux, par la 8. p. 1. d'Euclide, & partant droicts. La ligne droicte* A F *est donc perpend. à la ligne droicte* B D. *Nous demonstrerons par mesme raison que la mesme* A F *est aussi perpend. à la ligne droicte* G H. *Parquoy par la 4. p. 11. d'Euc. icelle* A F *sera aussi perpend. au plan du cercle* B G D H, *tiré par les lignes* B D, G H. *Et d'autant qu'icelle* F A *tiree du centre d'iceluy cercle* F, *est perpend. au plan dudit cercle; estant prolongee de part & d'autre, elle tombera en l'vn & l'autre pole du cercle, comme il a esté demonstré au Theor. precedent; & partant* C *sera l'autre pole du cercle* B G D H. *Ce qui estoit proposé.*

Theor. 8. Prop. 9.

Si en la Sphere il y a vn cercle, & de l'vn des poles d'iceluy, est tiree vne ligne droicte perpendiculaire à iceluy cercle; icelle tombera au centre du cercle, & estant produicte elle tombera en l'autre pole d'iceluy cercle.

En la Sphere A B C D, soit le cercle B F D G, du pole duquel A, soit tiree sur son plan la perpendiculaire A E, rencontrant la superficie de la Sphere en C. Ie dis que E est le centre du cercle B F D G, & C l'autre pole. Car estans tirees par E, les deux lignes droictes B D, F G, soient conioincts les extremes d'icelles auec le pole A, par les lignes droictes A B, A D, A F, A G, lesquelles seront toutes egales entr'elles par

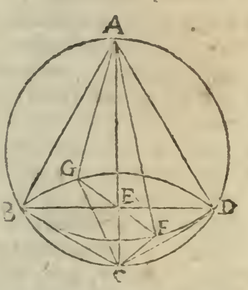


la 5. d. & tous les angles faits au poinct E par la ligne droicte A E, droicts, par la 2. d. 11. d'Euclide. Donc par la 47. p. 1. d'Eucl. tant le quarré de A B sera egal aux quarrez de A E, E B, que le quarré de A G, aux quarrez de A E, E G: & partant puis que les quarrez des lignes egales A B, A G, sont egaux; les quarrez de A E, E B, seront ensemble egaux aux quarrez de A E, G E ensemble. Ostant donc le quarré commun de A E, les quarrez de E B, E G, resteront egaux: & partant les lignes droictes E B, E G, seront egales. En la mesme maniere, les lignes droictes E G, E D, seront demonstrees egales. Parquoy E est le centre du cercle B F D G, par la 9 p. 3. d'Eucl. Donc puis que de E, centre du cercle B F D G, est tiree E A perpendiculaire au plan d'iceluy; par le Corol. de la 2. p. de ce liure, elle passera par H centre de la Sphere; & partant la mesme H E tiree de H centre de la Sphere, sera perpendiculaire sur le plan du cercle B F D G. Parquoy H E estant prolongee de part & d'autre, elle tombera és poles du mesme cercle, par la 8.

p. de ce liure; & partant C sera l'autre pole du cercle B F D G. Ce qu'il faloit prouuer.

Thor. 9. Prop. 10.

S'il y a vn cercle en vne Sphere, la ligne droicte tiree par les poles d'iceluy, est perpendiculaire audit cercle, & passe par le centre du cercle, & de la Sphere.



En la Sphere A B C D, soit le cercle B F D G par les poles duquel A & C, est tiree la ligne droicte A C rencõtrant le plan du cercle en E Ie dis qu'icelle ligne A C est perpendicul. au plan du cercle, & qu'elle passe par le centre d'iceluy, (c'est à dire que E est son centre) & aussi par le centre de la Sphere. Car estans tirees par E, deux quelconques lignes droictes B D, F G, soient conioincts les extremes d'icelles auec les poles A C, par lignes droictes: Donc tant AB, A G, AF, AD, entr'elles, que C B, C G, CF, CD, aussi entr'elles, seront egales, par la def. du pole. Parquoy les deux costez A B, A C, du triangle A B C, seront egaux aux deux costez A D, A C, du triãgle ADC, & la base B C egale à la base D C; & partant par la 8 p. 1. d'Euc. les angles B A C, D A C, seront aussi egaux. Ainsi les deux triangles A B E, A D E, ont les deux costez A B, A E, egaux aux deux costez A D, A E, & les angles B A E, D A E, contenus soubs iceux costez, aussi egaux: & partant par la 4. p. 1. d'Eucl les angles A E B, A E D, seront aussi egaux; & par cõsequent droicts. En la mesme maniere seront demonstrez les angles A E G, A E F estre aussi droicts. Donc la ligne droicte A E est à angles droicts, sur les lignes droictes B D, F G. Parquoy par la 4. p. 11. d'Eucl. icelle A E sera perpendiculaire au plan du cercle B F D G, tiré par les lignes droictes B D, F G. Et d'autant que la perpendiculaire AE est tiree de A, pole du cercle B F D G, sur le plan d'iceluy, elle tombe-

ra en son centre, par la preced. prop. Donc E est le centre d'iceluy cercle. Derechef, puis que du centre E est tiree E A perpendiculairement au plan dudit cercle; elle passera aussi par le centre de la Sphere, par le Corol. de la 2. p. de ce liure. Parquoy la ligne droicte A C est perpendiculaire au plan du cercle B F D G, & passe tant par le centre d'iceluy cercle, que par celuy de la Sphere. Ce qu'il faloit demonstrer.

SCHOLIE.

Clauius demonstre en ce lieu les deux Theoremes suiuans.

I.

Si en vne Sphere il y a vn cercle, & de l'vn des poles d'iceluy est tiree vne ligne droicte par le centre de la Sphere; elle sera perpendiculaire au plan du cercle, & estant produite, elle tombera au centre d'iceluy, & en l'autre pole.



En la Sphere A B C D, *de laquelle le centre est* E, *soit le cercle* B G D H, *d'vn pole duquel* A *est tiree par* E *centre de la Sphere la ligne droicte* A E, *rencontrant le plan du cercle en* F, *& la superficie de la Sphere en* C. *Ie dis que* A F *est perpend. au plan du cercle, & qu'elle passe par le centre d'iceluy, & par l'autre pole, c'est à dire que* F *est son centre, &* C *l'autre pole. Car estant tirees par* F *deux quelconques lignes droictes* B D, G H, *soient ioints les extremitez d'icelles auec les poincts* A *&* E, *par lignes droictes, comme en la figure: Et* A B, A H, A D, A G, *seront egales entr'elles par la def. du pole; comme aussi les semidiametres de la Sphere* E B, E H, E D, E G. *Donc les deux costez* A B, A E, *du triangle* A B E, *seront egaux aux deux costez* A D, A E, *du triangle* A D E, *& la base* E B *egale à la base* E D; *& partant par la* 8. *p.* I. *d'Euclide, les angles* B A E, D A E, *seront egaux. Ainsi les deux triangles* A B F, A D F, *ont les deux costez* A B, A F, *egaux aux deux costez* A D, A F, *& les angles* B A F, D A F, *contenus sous iceux costez, aussi egaux; partant par la* 4. *p. d'Euclide les angles* A F B, A F D, *seront egaux; & par consequent droicts. En la mesme maniere les angles* A F H, A F G *seront aussi demonstrez droicts. Donc la ligne droicte* A F *est à angles droicts sur les deux lignes droictes* B D, G H. *Parquoy elle sera perpendicul.*

ſur le plan du cercle B G D H, *tiré par les lignes droictes* B D, G H, *par la 4. p. 11. d'Euclide, & partant par la 9.p. de ce liure icelle* A F *tombera au centre du cercle, & en l'autre pole. Parquoy* F *ſera le centre du cercle, &* C *l'autre pole. Ce qui eſtoit propoſé à demonſtrer.*

COROLLAIRE.

De là arriue qu'vn grand cercle qui en la Sphere paſſe par l'vn des poles de quelque cercle que ce ſoit, paſſe auſsi par l'autre pole. Car ſi d'vn pole d'vn grand cercle qui paſſe par iceluy pole, eſt tiré vn diametre par le centre de la Sphere, il tombera en l'autre pole, comme il a eſté demonſtré. Parquoy le meſme grand cercle paſſera par l'autre pole.

Et pource que le diametre d'vn grand cercle eſt pareillement diametre de la Sphere, il eſt manifeſte qu'en la Sphere les deux poles de quelque cercle que ce ſoit, ſont diametralement oppoſez; & partant qu'entre iceux eſt interpoſé le ſemi-cercle d'vn grand cercle.

II.

Si en la Sphere il y a vn cercle, & du centre de la Sphere eſt tiree vne ligne droicte par le centre du cercle; elle tombera en l'vn & l'autre pole du cercle.

En la meſme figure, ſoit tiree par E *centre de la Sphere, & par* F *centre du cercle* B G D H, *la ligne droicte* E F, *& prolongee de part & d'autre. Ie dis qu'icelle* E F *tombe en l'vn & l'autre pole du cercle* B G D H. *Car puis qu'icelle* E F *conioinct le centre de la Sphere, & le centre du cercle, elle eſt perpend. au plan d'iceluy cercle par la 7. p. de ce liure; & par la 8. p. icelle ligne* E F *prolongee tombera en l'vn & l'autre pole du meſme cercle. Ce qui eſtoit propoſé.*

COROLLAIRE.

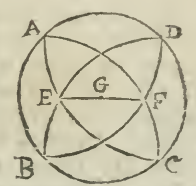
De toutes ces choſes il appert qu'en la Sphere, ces quatre poincts, c'eſt à ſçauoir les deux poles de quelque cercle, le centre d'iceluy, & le centre de la Sphere, ſont touſiours en vne ligne droicte, ſçauoir eſt au diametre de la Sphere, & iceluy diametre eſtre perpend. au plan du meſme cercle: & partant que la ligne droicte tiree par deux d'iceux poincts, paſſe par les deux autres, & eſt perpend. au

plan

plan du cercle ; & que la ligne droicte perpend au plan du cercle tiree par l'vn d'iceux poincts, passe aussi par les trois autres poincts.

Theor. 10. Prop. 11.

En la Sphere, les grands cercles s'entrecouppent en deux egalement.



En la Sphere A B C D, soient les deux grands cercles A C, B D, s'entrecouppans és poincts E, F. Ie dis qu'ils s'entrecouppent en deux egalement. Car puis que par la 6. p. de ce liure, en la Sphere les grands cercles passent par le centre d'icelle; iceux cercles A C, B D, passeront par ledit centre de la Sphere, lequel soit G. Et d'autant que par le Corollaire de la premiere proposition de ce liure, le centre de la Sphere est le mesme que du cercle tiré par ledit centre de la Sphere; le poinct G, qui est posé centre de la Sphere, sera pareillement le centre de l'vn & l'autre cercle A C, B D; tellement qu'il est en l'vn & l'autre plan des cercles A C, B D. Mais les poincts E, F, sont aussi en l'vn & l'autre des mesmes plans. Donc les trois poincts E, G, F, sont aussi en l'vn & en l'autre plan des cercles A C, B D; & partant ils seront en la commune section d'iceux, puis que la commune section d'iceux est en l'vn & l'autre plan. Or icelle comme section est vne ligne droicte par la 3. p. 11. d'Euclide. Donc les trois poincts E, G, F sont en la ligne droicte menee de E par G à F, laquelle (puis qu'elle passe par G, centre de la Sphere & de l'vn & l'autre cercle, comme il a esté demonstré) sera diametre tant de la Sphere que de l'vn & l'autre cercle; & par consequent couppera chacun d'iceux cercles en deux egalement, tellement que E A F, F C E, E B F, F D E, sont demy-cercles.

Theor. 11. Prop. 12.

En la Sphere, les cercles qui s'entrecouppent en deux egalement, sont les grands.

En la Sphere A B C D, soient les cercles A C, B D, s'en-

trecouppans en deux egalement és poincts E & F. Ie dis que A C, B D, sont grands cercles. Car puis qu'ils s'entrecouppent en deux egalement en E, F, estant tiree la ligne droicte E F, elle sera diametre de l'vn & l'autre, veu que quelconque cercle est diuisé en deux egalement par le seul diametre; & partant icelle E F estant diuisee en deux egalement en G: iceluy G sera le centre de l'vn & l'autre cercle: lequel ie dis estre aussi le centre de la Sphere; & partant que l'vn & l'autre cercle est tiré par le centre de la Sphere. Car si on dit que G n'est le centre de la Sphere: & par consequent que les cercles A C, B D, ne sont menez par le centre de la Sphere: Nous monstrerons par le mesme moyen que G est le centre de la Sphere, & partant que l'vn & l'autre cercle est tiré par le centre de la Sphere. Car par la 12. p. 11 d'Euclide de G soit esleuee G H perpend. au plan du cercle A C: Item G I perpend. au plan du cercle B D. Donc puis que les cercles A C, B D, sont posez ne passer par le centre de la Sphere, l'vne & l'autre perpend. G H, G I, passera par le centre de la Sphere, par le corollaire de la 2. p. de ce liure. Parquoy le poinct G, auquel elles se rencontrent, sera le centre de la Sphere, autrement le centre ne seroit en l'vne & l'autre d'icelles perpendiculaire: & partant l'vn & l'autre cercle est mené par le centre de la Sphere. Donc les cercles A C, B D, tirez par le centre de la Sphere, sont grands cercles, par la 6 p. de ce liure. Ce qu'il falloit prouuer.

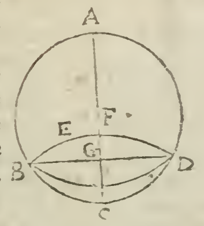


Theoreme 12. Proposit. 13.

Si en la Sphere vn grand cercle couppe quelque cercle à angles droicts; il le couppera aussi en deux egalement, & par les poles.

En la Sphere soit le grand cercle A B C D, lequel couppe le cercle B E D és poincts B, D, à angles droicts, c'est à dire que le plan du cercle A B C D est perpendiculaire au plan

du cercle B E D ; & la commune ſection d'iceux ſoit la ligne droicte B D. Ie dis que le cercle A B C D couppe cercle B E D en deux egalement, & par les poles. Car eſtant pris par la 1. p. 3. d'Eucl. F centre du grand cercle A B C D, lequel ſera auſſi centre de la Sphere, (car veu que par la 6. p. de ce liure vn grand cercle eſt tiré par le centre de la Sphere ; le centre d'iceluy ſera le meſme que de la Sphere par le Corol. de la 1. p. de ce liure.) ſoit tiree de F ſur le plan du cercle B E D, la perpend.



F G, laquelle tomberà en B D commune ſection, par la 38. p. 11. d'Eucl. Qu'elle tombe donc au poinct G. Et d'autant que per le Corol. de la 1. p de ce liure, icelle perpend tombe auſſi au centre du cercle B E D, le poinct G ſera auſſi le centre d'iceluy cercle B E D ; & partant la ligne droicte B D, tiree par G, ſera diametre du meſme cercle, lequel puis qu'il diuiſe en deux egalement le cercle B E D, il diuiſera auſſi en deux egalement le grand cercle A B C D, tiré par la ligne droicte B D. Et d'autant que la ligne droicte F G, eſt au plan du cercle A B C D, icelle eſtant produicte, elle tombera en la circonfer. aux poincts A, C, leſquels ſont en la ſuperficie de la Sphere: Mais par la 8 p. de ce liure, elle tombe auſſi en l'vn & l'autre pole du cercle B E D, pource que de F, centre de la Sphere, elle eſt tiree perpendiculairement au plan du cercle Donc A, C, ſont les poles du cercle B E D ; & partant le grand cercle A B C D, lequel couppe en deux egalement le cercle B E D, paſſe auſſi par les poles d'iceluy. Parquoy ſi en la Sphere vn grand cercle couppe &c. Ce qui eſtoit à demonſtrer.

SCHOLIE.

Or ceſte prop. enſemble les 8, 9, 10. & les Scholies d'icelles, ſe doiuent auſsi entendre quand B D eſt vn grand cercle, & paſſe par le centre de la Sphere. Car il appert que c'eſt preſque touſiours la meſme demonſtration.

Theor. 13. prop. 14.

Si en la Sphere vn grand cercle, en couppe en deux egalement vn petit; il le couppe à angles droicts, & par les poles.

En la Sphere soit le grand cercle A B C D(*Voyez la precedente figure*)qui couppe le petit B E D en deux egalement és poincts B, D; & la ligne droicte B D soit la commune section d'iceux. Ie dis que le grand cercle A B C D, couppe le petit cercle B E D à angles droicts, & par les poles. Car puis que le cercle B E D est couppé en deux egalement en B, D, c'est à dire en demy-cercles, la commune section B D sera son diametre Estant donc diuisee B D en deux egalement en G; Iceluy poinct G sera centre du cercle B E D. Mais estant pris par la 2. p. le centre de la Sphere F, qui sera aussi le centre du grand cercle A B C D, soit tiree de F, la ligne droicte F G, laquelle sera perpendiculaire au plan du cercle B E D, par la 7. p. 1. Donc aussi le plan du grand cercle A B C D, tiré par icelle ligne F G, sera perpendicul. au mesme plan du cercle B E D, par la 18.p. d'Eucl Donc le grand cercle A B C D, couppera le petit B E D à angles droicts. Et d'autant que la ligne droicte F G, tiree de F centre de la Sphere, est perpendic au plan du cercle B E D; Icelle F G estant prolongee, tombera és poles d'iceluy cercle B E D, par la 8.p.1. Parquoy veu que F G est au plan du cercle A B C D, estant prolongee, elle tombera en la circonference d'iceluy aux poincts A, C, qui sont aussi en la superficie de la Sphere; iceux A, C, seront les poles du cercle B E D; & partant le grand du cercle A B C D, lequel couppe à angles droicts le petit cercle B E D, le couppera aussi par les poles Ce qu'il falloit prouuer.

Theor. 14. Prop. 15.

Si en la Sphere vn grand cercle, couppe par les poles quelqu'vn des cercles de ceux qui sont en la Sphere; il le couppera aussi en deux egalement & à angles droicts.

En la Sphere soit vn grand cercle A B C D (*en la prece-*

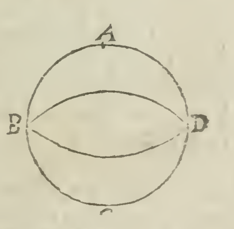
dente figure) qui couppe le cercle B E D, par les poles A, C. Ie dis que le cercle A B C D, couppe le cercle B E D en deux egalement, & à angles droicts. Car soient ioincts les poles A, C, par la ligne droicte A C, rencontrant le plan du cercle B E D au poinct G. Et d'autant que par la 10. p. 1. la ligne droicte A C est perpendicul. au plan du cercle B ED, & passe par le centre de la Sphere, & du cercle B E D; G sera le centre d'iceluy cercle B E D. Donc puis que le grand cercle A B C D, couppant le cercle B E D, passe par la ligne droicte A C: & partant par le centre G; la commune section B G D sera diametre du cercle B E D: parquoy elle couppe en deux egalement iceluy cercle. Et d'autant qu'il a esté demonstré que la ligne droicte A C, est perpendicul. au plan du cercle BED, aussi le plan du grand cercle ABCD, tiré par icelle ligne droicte, sera perpend. au mesme plan du cercle BED par la 18. p. 11. d'Eucl. Donc le grand cecrle A B C D, qui couppe le petit B E D par les poles A, C, le couppe pareillement en deux egalement, & à angles droicts. Ce qu'il falloit prouuer.

SCHOLIE.

Clauius rapporte en ce lieu les quatre autres Theoremes suiuans, qu'il dit estre adioustez en quelque version.

I.

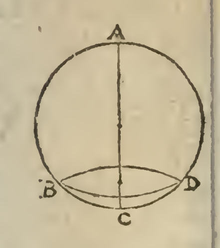
Si en la Sphere, vn grand cercle passe par les poles de quelque autre grand cercle, celuy-cy pareillement passera par les poles de cestuy-là.



En la Sphere, soit vn grand cercle A B C D, *lequel passe par* A, C, *poles du grand cercle* B D. *Ie dis qu'iceluy grand cercle* B D *passe aussi par les poles du grand cercle* A B C D. *Car veu que le grand cercle* A B C D, *couppe le cercle* B D *par les poles, il le couppera aussi à angles droicts par la 15. p. 1. Parquoy le grand cercle* B D, *couppera semblablement à angles droicts le cercle* A B C D: *& partant par la 13. p. 1. il le couppera par les poles. Ce qui estoit proposé à demonstrer.*

II.

Si en la Sphere, vn cercle couppe vn cercle par les poles, est vn grand cercle, & le couppe en deux egalement, & angles droicts.



Qu'en la Sphere, le cercle ABCD *couppe le cercle* BD *par les poles* A, C. *Ie dis qu'iceluy* A B C D *est vn grand cercle, & qu'il couppe le cercle* B D *en deux egalement & à angles droicts.* Car *soient conioincts les poles* A, C, *par la ligne droicte* A C, *laquelle sera necessairement au plan du cercle* A B C D, *pource qu'on a posé que la circonference d'iceluy passe par les poles* A, C. *Et d'autant que la ligne droicte* A C *tiree par* A, C *poles du cercle* B D *passe par le centre de la Sphere par la* 10. *p.* 1. *aussi le cercle* A B C *(puis qu'il est tiré par la ligne droicte* A C*) passera par le cent de la Sphere; & partant il sera vn grand cercle, par la* 6. *p.* 1. *Pa quoy veu qu'on a posé qu'iceluy cercle* A B C D *passe par* A, C, *po du cercle* B D; *il le couppera aussi en deux egalement, & angles droicts, par la* 15. *p.* 1. *Ce qui estoit proposé.*

III.

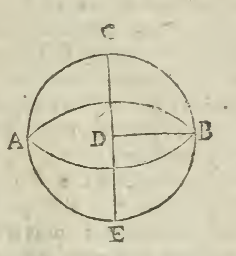
Si en la Sphere, vn cercle couppe vn cercle en deux eg lement, & à angles droicts; il est vn grand cercle, & couppe par les poles.

Qu'en la Sphere, le cercle A B C D (voyez la figure de la 13. p *couppe le cercle* B E D *en deux egalement & à angles droicts. dis qu'iceluy* A B C D *est vn grand cercle, & qu'il passe par les p les du cercle* B E D. *Soit la ligne droicte* B D *commune sectio des cercles. Donc puis que le cercle* A B C D *couppe en deux egal ment le cercle* B E D; *la ligne droicte* B D, *sçauoir est la commu section des cercles, sera diametre du cercle* B E D; *& partant ice* B D *estant couppee en deux egalement en* G; G *sera le centre d mesme cercle* B E D. *Soit tiré au plan du cercle* A B C D, *la lig droicte* G A, *perpendiculaire à la ligne droicte* B D. *Et d'auta que le cercle* A B C D *est posé coupper à angles droicts le cercle* E D; *par la* 3. *d.* 11. *d'Eucl. icelle ligne* G A *sera aussi perpendi au plan du cercle* B E D: *Et partant puis qu'elle est menee de centre d'iceluy cercle, estant prolongee elle tombera en l'vn & l'au tre pole, par les choses demonstrees au Scholie de la* 8. *p.* 1. *Mais c*

tombe aussi en la circonference du cercle A B C D, *qui est en la superficie de la Sphere, aux poincts* A, C. *Donc* A, C, *sont les poles du cercle* B E D; *& partant le cercle* A B C D, *couppe le cercle* B E D *par les poles* A, C. *Parquoy par le Theor. preced.* A B C D *est vn grand cercle: Or il a esté demonstré qu'il couppe aussi le cercle* B E D *par les poles. Appert donc ce qui estoit proposé.*

IIII.

Si en la Sphere il y a vn cercle, & que de l'vn de ses poles tombe à angles droicts sur le plan d'iceluy, vne ligne droicte egale au demy-diametre d'iceluy cercle; il est vn grand cercle



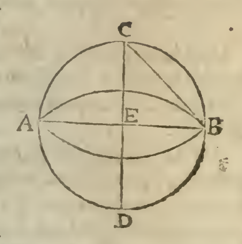
En la Sphere soit le cercle A B, *de l'vn ou l'autre des poles duquel sçauoir de* C, *tombe au plan d'iceluy cercle, la perpendiculaire* C D, *egale au demy-diametre d'iceluy. Ie dis que* A B *est vn grand cercle. Car puis que* C D *est perpend. au cercle* A B, *par la 9. p. 1. Icelle tombera au centre du cercle, & estant produicte elle tombera en l'autre pole, qui soit* E. *Donc* D *est le centre du cercle, & partant par le Corol. de la 2. p. 1. la perpend.* C D, *passe par le centre de la Sphere. Soit tiré en la Sphere vn plan par la ligne droicte* C E, *qui par la 1 p. 1. fasse le cercle* A E B C, *lequel par la 6. p. 1. sera vn grand cercle, puis qu'il passe par le centre de la Sphere, & couppera le cercle* A B *és poincts* A, B, *& soit tiré le semi-diametre* D B, *auquel* C D *est egal par l'hypotese. Et d'autant que* C D *est posée perpend. au cercle* A B, *l'angle* C D B *sera droict par la 2. d. 11. d'Eucl. Parquoy par le Scholie de la 13. p. 6. d'Euc.* B D *est moyenne proportionelle entre* C D, D E, *c'est à dire que comme* C D *sera à* B D, *ainsi* B D *sera à* D E *Mais* C D *est egale à icelle* B D: *Donc aussi* D E *sera egale à la mesme* B D: *& partant aussi* C D, D E, *seront egales entr'elles. Donc puis que* C E *passe par le centre de la Sphere,* D *sera le centre d'icelle. Mais il est aussi le centre du cercle* A B. *Parquoy le centre de la Sphere & du cercle* A B *est vn mesme: & partant par la 6. p.* A B *est vn grand cercle. Ce qu'il falloit demonstrer.*

Theor. 15. Prop. 16.

Si en la Sphere, il y a vn grand cercle, la ligne

droicte tiree depuis le pole d'iceluy iusques à sa circonference, est egale au costé du quarré inscrit en vn grand cercle.

En la Sphere, soit le grand cercle A B, du pole duquel C, soit tiree à la circonference d'iceluy la ligne droicte C B. Ie dis que C B est egale au costé du quarré inscrit au cercle A B, ou en quelconque autre grand cercle. Qu'ainsi ne soit: Soit tiree de C, la ligne droicte C E perpendic. au cercle A B par la 11. p. 11. d'Eucl. laquelle tombera au centre d'iceluy, lequel soit E, & produicte elle tombera en l'autre pole, qui soit D, par la 9. p. 1. Maintenant par les lig. droictes C B, C D, soit tiré vn plan faisant en la Sphere le cercle A D B C par la 1. p. 1. lequel sera vn grand cercle, par la 6. p. 1. puis qu'il passe par E centre de la Sphere; (car E centre du grand cercle A B, est le mesme que de la Sphere par le Corollaire de la 1. p. pource qu'il passe par le centre de la Sphere) & partant il coupera en deux egalement le grand cercle A B, par la 11. p. 1. Que la commune section soit donc le diametre A E B. Et d'autant que C E est tiree perpendiculairement sur le cercle A B, elle sera aussi perpendiculaire à la ligne droicte A B par la 2. d. 11. d'Eucl. Donc les deux diametres, A B, C D, au grand cercle A D B C, s'entrecouppent à angles droicts: & partant, comme il est demonstré en la 6. p. 4. d'Eucl. C B est le costé du quarré inscrit au grand cercle A D B C; & par consequent aussi au grand cercle A B. Ce qu'il falloit prouuer.



COROLLAIRE.

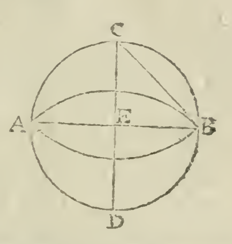
D'autant que les quatre angles droicts au centre E sont egaux entr'eux; & partant les quatre arcs A C, C B, B D, A D, sur lesquels ils s'appuient, aussi egaux, sçauoir est quadrans; il est manifeste

nifeste qu'en la Sphere le pole d'vn grand cercle est esloigné de la circonference d'iceluy, du quadrant d'vn grand cercle. Car C, pole du grand cercle A B, est esloigné de sa circonference, du quadrant C B: Il y a mesme raison des autres. Car tousiours la ligne droicte tiree de la circonference d'vn grand cercle, au pole d'iceluy, est egale au costé du quarré inscrit au grand cercle; & partant elle soustend vn quadrant au grand cercle.

SCHOLIE.

Clauius demonstre icy la conuerse de ceste proposition, qu'il dit estre en vne autre version, par ce Theoreme.

Si en la Sphere il y a vn cercle, & du pole d'iceluy à la circonference, est tiree vne ligne droicte egale au costé du quarré inscrit en iceluy; il est vn grand cercle.



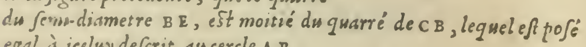
En la mesme figure, du pole C, à la circonference du cercle A B, est tiree la ligne droicte C B egale au costé du quarre descrit au cercle A B. Ie dis qu'iceluy A B est vn grand cercle, Car par la 11.p.11. d'Eucl. soit tiree de C, au cercle A B, la perpend. C E, laquelle par la 9. p.1. tombera au centre d'iceluy, lequel soit E: Et estant tiré le semi-diametre E B, l'angle E sera droict, par la 2.d.11. d'Euc. Donc par la 47.p.1. d'Eucl le quarré descrit au cercle A B, est egal aux quarrez de B E, C E: Mais le quarré du semi-diametre B E, est moitié du quarré descrit au cercle, comme nous demonstrerons au Lemme suiuant; Donc aussi le quarré de C E, sera moitié du mesme quarré descrit au cercle A B; & partant les quarrez de B E, C E, sont egaux entr'eux: & par consequent les lignes B E, C E, seront aussi egales. Parquoy puis que C E, est tiree de C, pole du cercle A B, perpendiculairement à iceluy cercle, & qu'elle est egale au semi-diametre B E: A B sera vn grand cercle par le 4. Theoreme du Scholie de la 15. p. de ce liure.

LEMME.

En tout cercle, le quarré du semi-diametre est moitié du quarré descrit en iceluy cercle.

Au cercle duquel E est le centre, soient tirez les deux diame-

tres A C, B D s'entrecouppans en angles droicts au centre E ; & menees les lignes droictes A B, B C, C D, A D. Donc A B C D sera vn quarré descrit au cercle, comme appert par la 6. p. 4. d'Eucl. Et pource que les quarrez des semi-diametres egaux E A, E B, egaux entr'eux, sont ensemble egaux au quarré de A B, par la 47. p. 1. d'Euc. Le quarré du semi-diametre E A sera moitié du quarré de A B, lequel est descrit au cercle. Ce qui estoit proposé. Parquoy appert, en la figure precedente, que le quarré

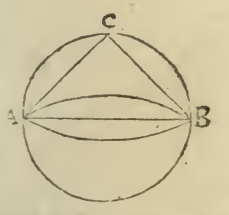


du semi-diametre B E, est moitié du quarré de C B, lequel est posé egal à iceluy descrit au cercle A B.

Theor. 16. Prop. 17.

Si en la Sphere, il y a vn cercle, du pole duquel à la circonference d'iceluy soit tiree vne ligne droicte egale au costé du quarré inscrit en vn grand cercle ; iceluy sera vn grand cercle.

En la Sphere, soit le cercle A B, du pole duquel C, à la circonference d'iceluy soit tiree vne ligne droicte C A egale au costé du quarré descrit en vn grand cercle de la Sphere. Ie dis que A B est vn grand cercle. Car par la ligne droicte A C, & centre de la Sphere, soit tiré vn plan, faisant en la Sphere vn cercle A C B par la 1. p. 1 qui sera grand par la 6. p. puis qu'il est tiré par le centre de la Sphere. Soit pareillement tiree de C, la ligne droicte C B, au poinct B, auquel le grand cercle A C B couppe le cercle A B ; & par la def. du pole icelle C B sera egale à la ligne droicte C A. Donc puis que A C est posee costé du quarré descrit au grand cercle A C B, aussi C B sera costé du mesme quarré ; & partant les deux arcs A C, C B, seront quadrans faisans le demy cercle A C B, pour-

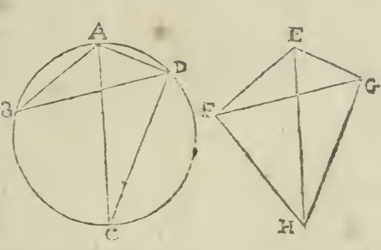


ce que par la 28.p.3.d'Eucl.les quatre costez egaux du quarré, ſubtendent quatre arcs du cercle egaux. Donc la ligne droicte A B, commune ſection des cercles, ſera diametre du grand cercle A C B; & partant auſſi de la Sphere. Et d'autant que le grand cercle A C B couppant le cercle A B par les poles, il le couppe auſſi en deux egalement par la 15 p.1. la commune ſection A B ſera pareillement diametre du cercle A B; & partant puis qu'elle eſt auſſi diametre de la Sphere, le cercle A B ſera grand. Ce qu'il falloit prouuer.

Prob. 2. Prop. 18.

Deſcrire vne ligne droicte egale au diametre de quelque cercle que ce ſoit donné en la Sphere.

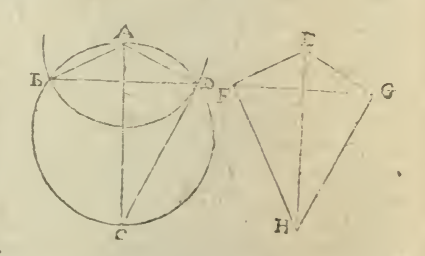
Soit donné en la Sphere quelque cercle AB C D: & il faut deſcrire vne ligne droicte egale au diametre d'iceluy. Eſtans pris comme on voudra, en la circonference du cercle, les trois poincts A, B, D, & tiré les lignes droictes A B, A D, B D, ſoit conſtitué le triangle E F G egal au triangle A B D, tellement que le coſté E F ſoit egal au coſté A B, & E G à A D, & F G à B D: puis de G, F, ſoient tirees ſur les lignes E F, E G, les perpend. F H, G H, ſe rencontrans en H, & ſoit menee la ligne E H. Ie dis qu'icelle E H eſt egale au diametre du cercle A B C D. Car eſtant mené le diametre A C, ſoit tiree la ligne droicte D C. D'autant que par le Scholie de la 32. p. 1. d'Eucl. les quatre angles du quadrilatere E F H G, ſont egaux à quatre droicts, & les deux E F H, E G H, ſont droicts; les deux autres F E G, F H G, ſeront egaux à deux droicts: Et partant au quadrilatere E F H G, les angles oppoſez ſeront enſemble egaux à deux droicts. Parquoy on peut deſcrire vn cercle à l'entour d'iceluy quadrilatere par la conuerſe de la 22.p.3. d'Euc. lequel eſtant deſcrit, les angles E F G, EHG



estans au mesme segment duquel E G est la corde, seront egaux par la 27. p. 3. d'Eucl. Mais l'angle E F G est egal à l'angle A B D par la 8 p. 1. d'Eucl. pource que les deux costez E F, F G, sont egaux aux costez A B, B D, & la base E G, egale à la base A D, par la construction: Et par la 27. p. 3. d'Eucl. l'angle A B D est egal à l'angle A C D. Donc aussi l'angle E H G sera egal à l'angle A C D. Mais l'angle droict E H G, est aussi egal à l'angle A D C, pource qu'il est pareillement droict estant au demy-cercle A D C. Donc les triangles E H G, A C D, ont deux angles egaux à deux angles, & le costé E G egal au costé A D: & partant par la 26. p. 1. d'Eucl. le costé E H sera egal au costé A C. Nous auons donc descrit la ligne droicte E H egale au diametre A C du cercle donné A B C D. Ce qu'il falloit faire.

Prob. 3. Prop. 19.

Descrire vne ligne droicte egale au diametre d'vne Sphere donnee.



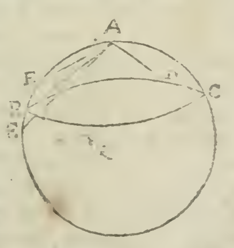
Estant pris comme on voudra, en la superficie de la Sphere donnee, les deux poincts A, B, soit descrit de A pole, & de l'interuale A B le cercle B D; puis par la prop. precedente, soit descrit la ligne droicte F G egale au diametre d'iceluy cercle B D, & sur icelle F G soit faict le triangle F E G ayant chacun des autres costez F E, G E, egal à la ligne droicte menee de A à B: En apres de F, G, soient tirees sur E F, E G, les perpend. F H, G H, se rencontrans en H, & soit menee E H: Ie dis qu'icelle est egale au diametre de la Sphere donnee. Car si on entend A C estre diametre de la Sphere donnee, & vn plan estre tiré par les lignes droictes A B, A C; iceluy plan couppant la Sphere fera vn cercle en la superficie Spherique, par la 1. p. lequel

ſoit A B C D, qui par la 6 p. ſera vn grand cercle, puis qu'il eſt tiré par le diametre de la Sphere, & partant par le centre d'icelle: Et puis qu'il paſſe par A l'vn des poles du cercle B D, il paſſera auſſi par l'autre pole par le Corol. du 1. Theor. de la 10. p. & partant par la 15 p iceluy cercle A B C D couppera en deux egalement ledit cercle B D; & par conſequent la commune ſection B D, ſera diametre d'iceluy cercle B D. Or eſtans tirees les lignes droictes A D, D C; les deux coſtez A B, B D, du triangle A B D, ſeront egaux aux deux coſtez E F, F G, du triangle E F G, & les baſes A D. E G egales: (car F G eſt egal au diametre B D par la conſtruction, & l'vne & l'autre E F, E G à A B, ou A D.) Donc par la 8. p. 1. d'Eucl. les angles A B D, E F G, ſeront auſſi egaux. Mais l'angle A C D, eſt egal à l'angle A B D, par la 27. p. 3. d'Eucl. & l'angle E H G egal à l'angle E F G, comme il a eſté demonſtré en la prop. precedente. Donc les angles A C D, E H G, ſeront auſſi egaux. Mais les droicts A D C, E G H, ſont pareillement egaux, & le coſté A D egal au coſté E G, qui ſubtend vn des coſtez egaux: Donc auſſi la ligne droicte E H ſera egale à la ligne droicte A C. Nous auons donc deſcrit la ligne droicte E H egale au diametre de la Sphere donnee A C. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

Clauius dit qu'en quelque verſion eſt adiouſté le Theoreme ſuiuant.

Si en la Sphere, il y a vn cercle, d'vn pole duquel ſoit tiree à la ſuperficie de la Sphere, vne ligne droicte egale à vne ligne droicte tiree du meſme pole à la circonference du cercle: elle tombe en la circonference d'iceluy cercle.

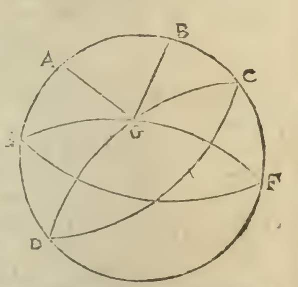


En la Sphere, de A pole du cercle B C ſoit tiree à la circonference d'iceluy, vne ligne droicte A D, laquelle ſera moindre que le diametre de la Sphere; & par conſequent que le diametre d'vn grand cercle d'icelle, puis que le diametre de la Sphere, eſt la plus grande ligne de toutes celles tirees en la Sphere. Maintenant du meſme pole A ſoit tiree à la ſuperficie de la Sphere, la ligne droicte A E, laquelle ſoit egale à la lig. droicte A D. Ie dis qu'icelle A E tombe en la circonfer. du cercle B C. Car s'il

se peut; qu'elle ne tombe en la circonference d'iceluy, & par la ligne droicte A E, *& centre de la Sphere, soit tiré vn plan faisant en la Sphere le cercle* A B C, *qui sera grand par la 6. p. puis qu'il passe par le centre d'icelle Sphere. Mais le cercle* A B C *couppe le cercle* B C *es poincts* B, C. *Donc la ligne droicte* A E *ne tombe pas és poincts* B, C, *puis qu'elle est posee ne tomber en la circonference du cercle* B C. *Estant donc tiree la ligne droicte* A B, *elle sera, par la def. du pole, egale à la ligne droicte* A D; *& partant à* A E. *Et d'autant que l'vne & l'autre* A B, A E, *est moindre que le diametre du grand cercle* A B C, *comme il a esté dit, les arcs* A B, A E, *qui sont segmens moindres que le demy-cercle, seront egaux, la partie & le tout.* Ce *qui est absurde. La ligne droicte* A E *tombera donc en la circonference du cercle* B C. *Ce qui estoit proposé.*

Probl. 4. Prop. 20.

Descrire vn grand cercle par deux poincts donnez en la superficie Spherique.



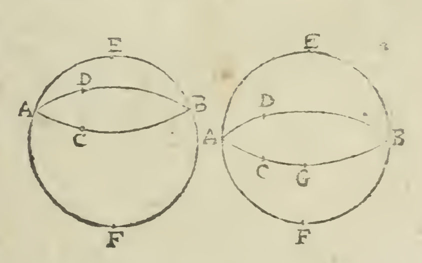
En la superficie Spherique, soient donnez les deux poincts A, B; par lesquels il faille descrire vn grand cercle. Or si A, B, sont les poincts opposites du diametre de la Sphere, il est certain qu'infinis grands cercles peuuent estre tirez par iceux, c'est à sçauoir estans tirez infinis plans par le diametre de la Sphere, conioignant iceux poincts. Mais si les poincts A, B, ne sont au diametre de la Sphere, du pole A & d'vn interuale qui soit egal au costé du quarré descrit en vn grand cercle, soit descrit le cercle C D, qui sera grand par la 17. p. puis que la ligne droicte tiree du pole à sa circonference, est egale au costé du quarré descrit en vn grand cercle, à cause de l'interuale par lequel a esté descrit le cercle C D. Semblablement du pole B, & du mesme interuale que dessus, soit descrit le cercle E F, qui sera aussi vn grand cercle par la mesme 17. p. Or cestuy-cy couppe le premier au poinct G, du-

quel soient tirees aux poles A, B, les lignes droictes G A, G B, chacune desquelles sera egale au costé du quarré inscrit en vn grand cercle : car d'autant d'interuale, sont descrits des poles A, B, les cercles C D, E F. Donc G A, G B, sont egales. Maintenant du pole G, & interuale G A, soit descrit le cercle A E D F C B, qui sera grand par la 17. p. 1. puis que la ligne droicte G A, tiree du pole G à la circonference d'iceluy est egale au costé du quarré inscrit en vn grand cercle, comme il a esté demonstré. Mais d'autant que la ligne G B egale à icelle G A, estāt tiree à la superficie de la Sphere, par le Scholie de la 19. p. tombe en la circonfer. du cercle A E D F C B, lequel à ceste cause sera vn grand cercle descrit par les poincts A, B, donnez en la superficie de la Sphere. Nous auons donc descrit vn grand cercle par deux poincts donnez en la superficie Spherique. Ce qu'il falloit faire.

Probl. 5. Prop. 21.

Trouuer le pole de quelque cercle donné en la Sphere.

Qu'il faille trouuer le pole du cercle A B dōné en la Sphere; & premierement iceluy A B ne soit vn grand cercle. Estans pris comme on voudra en la circōfer. deux



poincts C, D, par la 30. p. 3. d'Euc. soit diuisé l'vn & l'autre arc C A D, C B D, en deux egalement és poincts A & B, par lesquels soit descrit vn grand cercle A E B, par la prop. preced. & soit couppé l'arc A E B en deux egalement en E. Ie dis que le poinct E, est le pole du cercle A B. Car d'autant que les arcs A C, A D, sont egaux, & aussi B C, B D; les arcs totals A C B, A D B, seront egaux. Parquoy veu que le grand cercle A E B couppe le petit cercle A B en deux egalement en A & B : il le couppera par les poles par la 14. p. Donc le poinct E egalement distant de la circonference du cercle A B, est vn po-

le d'iceluy. Par mesme raison, si l'autre arc A F B est couppé en deux egalement en F : iceluy poinct F sera l'autre pole du cercle A B.

Or maintenant, soit vn grand cercle donné A B Estans pris derechef comme on voudra les poincts C, D, & diuisé les arcs C A D, C B D en deux egalement en A, B : nous demonstrerons comme dessus, que les arcs A C B, A D B, sont egaux : & partant que chacun d'iceux est moitié d'vn grand cercle. Estant donc diuisé l'vn d'iceux demy-cercle, sçauoir est A C B, en deux egalement en G, la ligne droicte G A, subtendant le quadrant du cercle, sera le costé du quarré descrit au grand cercle A B, comme appert par la 6.p. 4. d'Eucl. Parquoy du pole G, & interuale G A, soit descrit le cercle A E B, qui sera vn grand cercle par la 17.p. I. puis que la ligne droicte tiree du pole G, à la circonference d'iceluy, sçauoir est au poinct A, est egale au costé du quarré descrit au grand cercle A B. Finalement soit diuisé l'arc A E B en deux egalement en E. Ie dis que E est vn pole du cercle A B. Car puis que le grand cercle A C B, passe par G, pole du grand cercle A E B; iceluy A E B passera pareillement par les poles du grand cercle A C B, par le I. Theoreme du Scholie de la 15 p. Parquoy le poinct E, egalement esloigné de la circonference du cercle A C B, est vn pole d'iceluy cercle. Par mesme maniere, estant diuisé l'arc A F B en deux egalement en F; F sera l'autre pole du cercle A C B Nous auons donc trouué le pole de quelconque cercle donné en la Sphere. Ce qu'il falloit faire.

SCHOLIE.

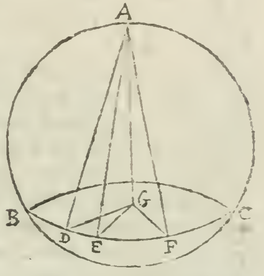
Clauius dit qu'en vne autre version sont demonstrez les deux Theoremes suiuans.

I.

Si on prend quelque poinct en la superficie de la Sphere, & d'iceluy poinct vers la circonference de quelque cercle donné, en la Sphere, tombent plus de deux lignes droictes egales; le poinct pris est le pole d'iceluy cercle.

En la superficie de la Sphere A B C, *soit pris le poinct* A, *duquel tombent à la circonference du cercle* B C, *les trois lignes droictes* AD, AE, A F. *Ie dis que* A *est le pole d'iceluy cercle* B C. *Car ayant par la* II. *p.* II. *d'Eucl. tiré de* A, *au plan du*

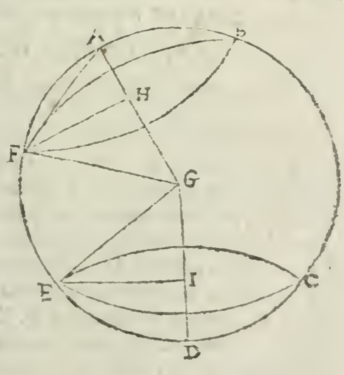
du cercle B C, *la perpend.* A G, *& mené les lignes droictes* D G, E G, F G; *elles seront toutes trois perpend. à* G A *par la 2. d. 11. d'Eucl. Parquoy par la 47. p. 1. d'Eucl. tant le quarré de* A D *sera egal aux quarrez de* A G, G D, *que le quarré de* A E *aux quarrez de* A G, G E. *& le quarré de* A F, *aux quarrez de* AG, G F: *Veu donc que les quarrez des lignes egales* A D, A E, A F, *sont egaux; les quarrez de* A G, G D, *serõt ensẽble egaux aux quarrez de* A G, G E, *ensemble, & aux quarrez de* A G, G F, *ensemble: ostãt donc le quarré de* A G *cõmun, resteront egaux les quarrez de* G D, G E, G F; *& partant icelles lig.* G D, G E, G F, *seront aussi egales. Parquoy* G *sera le centre du cercle* B C *par la 9. p. 3. d'Euc. & partant la ligne droicte* G A, *qui est tiré du centre* G *perpendiculairement au cercle* B C, *tombera au pole d'iceluy cercle, par le 1. Theor. du Scholie de la 8. p. Donc le poinct* A *est pole du cercle* B C. *Ce qui estoit proposé.*



II.

En la Sphere, les cercles des poles desquels les lignes droictes tirees aux circonferences d'iceux, sont egales; sont egaux entr'eux. Et des cercles egaux, les lignes droictes tirees des poles d'iceux à leurs circonferences, sont egales.

En la Sphere A B C D E F, *de laquelle* G *est le centre, soient deux cercles* B F, C E, *des poles desquels* A, D, *les lignes droictes* A F, D E, *tirees à leurs circonferences, sont egales. Ie dis que les cercles* B F, C E, *sont egaux. Par la 11. p. 11. d'Eucl. soient tirees des poles* A, D, *les lig.* A H, D I *perpend. aux plans des cercles, lesquelles par la 9. p. tomberont ès centres d'iceux* H, I, *& estans produictes, elles tomberont ès autres poles; & par*

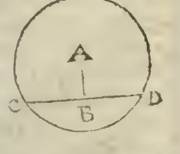


tant elles passeront par G centre de la Sphere, par la 10. p. Donc estans tirez F G, E G, semi-diametres de la Sphere, & F H, E I, semi-diamet des cercles; les costez A G, G F, du triãgle A F G, serõt egaux aux costez D G, G E, du triangle D E G, & les bases A F, D E aussi egales; & partant par la 8 p. 1. d'Eucl. les angles A G F, D G E, seront egaux. Mais par la 2. d. 11. d'Euc. les angles H, I, sont droicts. Donc les triangles F G H, E G I, ont deux angles egaux à deux angles, & le costé F G egal au costé E G, qui est opposé à l'angle droict: Parquoy par la 26. p. 1 d'Eucl. les semi-diametres F H, E I, seront egaux; & partant aussi egaux les cercles B F, C E.

Pour la seconde partie: soient les cercles egaux B F, C E. Ie dis que les lignes droictes A F, D E, tirees des poles d'iceux à leurs circonferences, sont egales entr'elles. Car ayant faict mesme construction, les semi-diametres F H, E I, seront egaux, & iceux cercles seront egalement distans du centre de la Sphere par la 6. p. Donc les perpend. G H, G I, seront egales; & partant aussi egales les autres lignes A H, D I. Parquoy les costez A H, H F, du triangle A F H, sont egaux aux costez D I, I E, du triangle D E I, & contiennent angles egaux H, I, puis que par la 2. d. 11. d'Eucl. ils sont droicts: Partant par la 4. p. 1. d'Eucl. les bases A F, D E, seront egales. Ce qui estoit proposé à demonstrer.

Theor. 17. Prop. 22.

Si en la Sphere vne ligne droicte tiree par le centre, couppe en deux egalement quelque ligne droicte non tiree par le centre; elle la couppera à ang. droicts. Que si elle la couppe à angles droits, elle la couppera aussi en deux egalemẽt.



En la Sphere de laquelle le centre est A, soit la ligne droicte A B, tiree par le centre, laquelle couppe en deux egalement la ligne droicte C D, qui n'est pas tiree par le centre. Ie dis qu'icelle C D est couppee à angles droicts. Car estant tiré vn plan par les lignes A B, C D, sera faict vn cercle C D, ayant mesme centre que la Sphere, lequel par la 6. p. 1 sera vn grand cercle, puis qu'il passe par le centre de la Sphere. Et d'autant qu'au cercle C D, la ligne

droicte A B passant par son centre A, couppe en deux egalement la ligne droicte C D qui ne passe par le centre ; elle la couppera aussi à ang. droicts par la 3. p. 3. d'Eucl. & si elle la couppe à ang. droicts, elle la couppera aussi en deux egalement. Ce qu'il falloit prouuer.

SCHOLIE.

En l'exemplaire Grec est icy adiousté vn autre Theoreme, qui est le mesme que celuy demonstré à la 7. p. Parquoy nous auons (auec Clauius) *estimé estre inutile de le repeter icy.*

Fin du premier liure des Spheriques de Theodose.

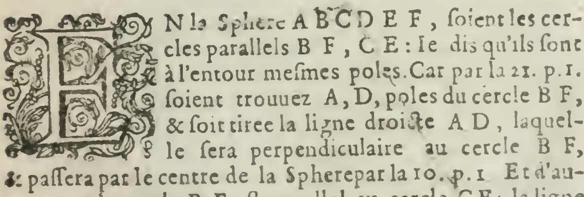
SECOND LIVRE DES SPHERIQVES DE THEODOSE.

Definition.

En la Sphere, les cercles sont dicts se toucher mutuellement, quand la commune section des plans touche l'vn & l'autre cercle.

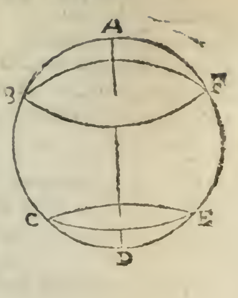
Theor. I. Prop. I.

En la Sphere, les cercles parallels, sont à l'entour mesmes poles.



EN la Sphere A B C D E F, soient les cercles parallels B F, C E : Ie dis qu'ils sont à l'entour mesmes poles. Car par la 21. p. 1. soient trouuez A, D, poles du cercle B F, & soit tiree la ligne droicte A D, laquelle sera perpendiculaire au cercle B F, & passera par le centre de la Sphere par la 10. p. 1. Et d'autant que le cercle B F est parallel au cercle C E ; la ligne

droicte A D sera aussi perpendicul. à iceluy cercle C E, par la conuerse de la 14. p. 11. d'Eucl. Parquoy puis qu'icelle A D passe par le centre de la Sphere, elle tombera és poles du cercle C E par la 8. p. 1. Donc A, D, sont les poles du cercle C E: Mais ils sont aussi poles du cercle B F. Partant en la Sphere, les cercles parallels B F, C E, sont à l'entour les mesmes poles A, D. Ce qu'il falloit demonstrer.



Theor. 2. Prop. 2.

En la Sphere, les cercles qui sont à l'entour mesmes poles, sont parallels.

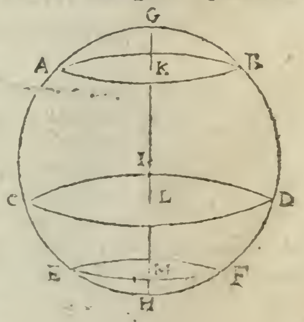
En la mesme Sphere A B C D E F, soient les cercles B F, C E, à l'entour mesmes poles A, D. Ie dis qu'iceux cercles sont parallels. Car estant tiree la ligne droicte A D; elle sera perpendicul. à chasque cercle par la 10. p. 1. Parquoy les plans des cercles B F, C E, sont parallels, par la 14 p. 11. d'Euc. Ce qu'il falloit prouuer.

SCHOLIE.

Clauius dit qu'en vne autre version est aussi demonstré le Theoreme suiuant.

En la Sphere, il n'y a que deux cercles egaux & parallels.

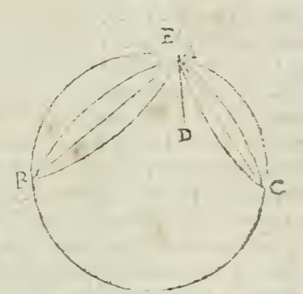
En la Sphere, soient, si faire se peut, plus de deux cercles egaux & parallels; sçauoir les trois A B, C D, E F, *lesquels par la* 1. *p.* 2. *seront à l'entour mesmes poles. Les poles d'iceux soient donc* G, H, *& soit tiree la ligne droicte* G H, *qui passera par* I *centre de la Sphere, & par* K, L, M, *centres des cercles par la* 10. *p.* 1. *& sera*



perpend. à iceux cercles A B, C D, E F : *lesquels estans egaux, ils seront egalement distans de* I *centre de la Sphere, par la 6. p. 1. & par consequent les perpend.* I K, I L, I M, *seront egales, sçauoir est la partie* I L, *& le tout* I M. *Ce qui est absurde. Il n'y a donc pas en la Sphere plus de deux cercles egaux & parallels. Ce qu'il falloit prouuer.*

Theor. 3. Prop. 3.

Si en la Sphere, deux cercles couppent en vn mesme poinct la circonference d'vn grand cercle, auquel ils ont leurs poles ; ces cercles là s'entre-touchent.

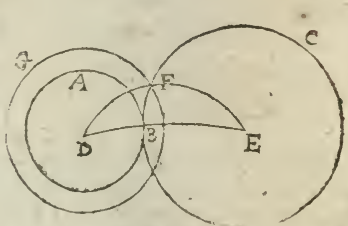


En la Sphere, soient les deux cercles A B, A C, couppans au poinct A la circonference d'vn grand cercle A B C, lequel passe par les poles d'iceux. Ie dis que les cercles A B, A C, s'entre-touchent en A. Car d'autant que le grand cercle A B C, couppe les cercles A B, A C, par les poles, il les couppera aussi en deux egalement & à angles droicts par la 15. p. 1. Donc les communes sections du cercle A B C, & des cercles A B, A C, sçauoir les lignes droictes A B, A C, sont diametres d'iceux cercles A B, A C. Pareillement que la commune section des plans esquels sont les cercles A B, A C, soit la ligne droicte D E, laquelle passera par le poinct A, à cause que les plans des cercles sont posez coupper le cercle A B C en A. Et d'autant que le plan du cercle A B C a esté demonstré perpendiculaire aux plans des cercles A B, A C, aussi les plans d'iceux cercles A B, A C, seront perpend. au plan du cercle A B C : & partant aussi D E commune section d'iceux, sera perpend. au mesme plan du cercle A B C par la 19. p. 11. d'Euc. elle sera donc aussi perp. aux diametres A B, A C, estans en vn mesme plan, par la 2. d. 11. d'Eucl. Et partant

par le Corol. de la 16. p. 3. d'Eucl. D E touche en A chasque cercle A B, A C. Parquoy par la def. de ce liure, les cercles A B, A C, s'entre-touchent au poinct A. Ce qu'il falloit prouuer.

Theor. 4. Prop. 4.

Si en la Sphere, deux cercles s'entre-touchent, vn grand cercle descrit par leurs poles, passera par l'attouchement d'iceux.



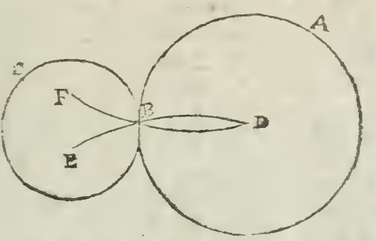
Qu'en la Sphere les cercles A B, C B, s'entre-touchent en B; & par D pole du cercle A B, & par E pole du cercle C B, soit descrit par la 20. p. 1. le grand cercle D E. Ie dis qu'iceluy cercle D E passe par l'attouchement B. Car qu'il n'y passe s'il se peut faire; mais qu'il couppe la circonference (pour exemple) du cercle C B en F. Donc du pole D & interuale D F, soit descrit le cercle F G, lequel couppera la circonfer. du cercle C B en F, puis qu'il est descrit d'vn plus grand interuale que le cercle A B, qui touche le mesme cercle C B au poinct B, pardelà lequel le cercle G F est descrit du pole D. Et d'autant qu'en la Sphere les deux cercles G F, C B, couppent à vn mesme poinct F, la circonference du grand cercle D F E, descrit par les poles d'iceux; iceux cercles G F, C B, s'entre-toucheront en F par la prec. p. Mais il a esté dit qu'ils s'entre-couppent aussi en F: Ce qui est absurde. Donc le grand cercle D E ne couppe pas les cercles A B, C B, ailleurs qu'en l'attouchement B; & partant il passera par l'attouchement d'iceux. Ce qui estoit à prouuer.

Theor. 5. Prop. 5.

Si en la Sphere, deux cercles s'entre-touchent, le grand cercle descrit par les poles de l'vn, & par l'attouchement des deux cercles, passera

pareillement par les poles de l'autre cercle.

En la Sphere, soient les deux cercles, A B, C B s'entretouchãs en B; & les poles d'iceux soient D, E. Ie dis que le grand cercle descrit par D, pole du cerle A B, & par l'attouchement B, passe aussi par E pole du cercle C B. Car s'il se peut faire, qu'il ne passe par E, mais par quelque autre poinct F, tel qu'est le grand cercle D B F: par la 20 p. 1. soit aussi descrit par les poles D, E, le grand cercle D E, lequel passera par l'attouchement B, par la preced. proposit. & partant les deux grands cercles D B F, D B E, s'entrecoupperont en deux egalement en D & B. Donc l'vn & l'autre arc D B sera demy cercle. Mais d'autant qu'en la Sphere vn grand cercle passant par l'vn des poles de quelque cercle, passe aussi par l'autre pole, par le Corol. du 1. Theor. du Scholie de la 10. p. 1. & qu'entre les deux poles d'vn mesme cercle est interposé le demy-cercle d'vn grand cercle; il arriue que D estant vn des poles du cercle A B, le poinct B est l'autre pole. Ce qui est absurde. Car B est en la circonference du cercle. Donc le grand cercle D B passe par E. Ce qu'il falloit prouuer.

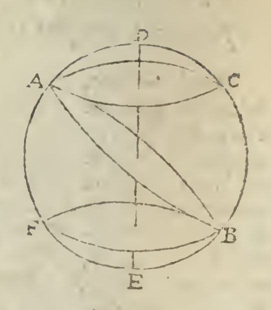


Theor. 6. Prop. 6.

Si en la Sphere vn grand cercle touche quelqu'vn des cercles descrits en la superficie Spherique; il touchera aussi l'autre egal & parallel à iceluy.

Qu'en la Sphere le grand cercle A B touche le cercle A C en A. Ie dis que le cercle A B touche aussi l'autre cercle egal & parallel à iceluy A C. Car soit D pole du cercle A C; & par D, A, soit descrit vn grand cercle D A,

par la 20 prop. 1. lequel passera par les poles du cercle A B par la preced. prop. puis qu'il passe par D pole du cercle A C, & par l'attouchement A. Or ayant pris E autre pole du cercle A C, soit tiree la ligne droicte D E, laquelle par la 10. prop. 1. passera par le centre de la Sphere; & partant sera diametre d'icelle. Donc du pole E, & interuale E B soit descrit le cercle B F. Ie dis que le grand cercle A B, touche le cercle B F en B, & le cercle B F estre egal & parallel au cercle A C. Car puis que par la 10. p. 1. la lig. droicte D E passant par les poles des cercles A C, B F, est perpend. a iceux cercles, les cercles A C, B F seront parallels par la 14. p. 11. d'Eucl. Derechef puis que par la 11. p. 1. en la Sphere les grands cercles se couppent en deux egalement, A C B sera vn demy-cercle; & partant egal au demy-cercle D C E: ostant donc l'arc commun B D, resteront egaux les arcs D A, E B; & partant par la 29. p. 3. d'Eucl. les lignes droictes D A, E B, tirees des poles D, E, aux circonferenc. des cercles A C, B F, seront egales. Parquoy par le 2. Theor. du Scholie de la 21. p. 1. les cercles A C, B F, sont egaux. Finalement puis que les cercles A B, B F, couppent en vn mesme poinct B, la circonference du grand cercle A E B, qui passe par leurs poles; ils s'entretoucheront en B par la 3. p. 2. Parquoy le grand cercle A B, touchant en la Sphere le cercle A C, touche pareillement l'autre cercle B F egal & parallel à iceluy A C. Ce qui estoit à demonstrer.



COROLLAIRE.

De cecy est manifeste, que les poincts d'attouchement A, B, sont diametralement opposites. Car il a esté demonstré que A C B est demy-cercle, & partant que la ligne droicte tiree de A à B est diametre de la Sphere, ou du grand cercle A C B. &c.

Theor.

Theor. 7. Proposit. 7.

S'il y a en la Sphere deux cercles egaux & paralels, le grand cercle qui touchera l'vn d'iceux, touchera pareillement l'autre.

En la mesme Sphere, soient les cercles egaux & parallels AC, BF; & que le grãd cercle A B touche le cercle A C. Ie dis que A B touche aussi B F. Car si A B ne touche B F, il en touchera vn autre egal & parallel à iceluy A C par la preced. prop. Veu donc que B F a esté posé aussi egal & parallel au mesme A C; il y aura trois cercles egaux & parallels en la sphere: c'est à sçauoir A C, B F, & cét autre là que A B touche. Ce qui est absurde. Car il n'y peut auoir en la Sphere plus de deux cercles egaux & parallels, ainsi qu'il a esté demonstré au Scholie de la 2. prop. Le cercle A B touche donc le cercle B F. Ce qu'il falloit prouuer.

SCHOLIE.

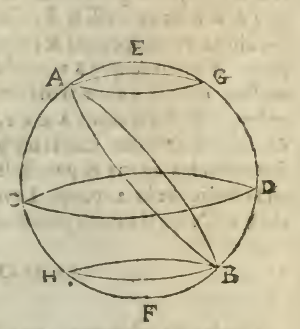
Clauius dit qu'en autre version est aussi demonstré le Theoreme suiuant:

En la Sphere les cercles parallels, lesquels quelque grand cercle touche, sont egaux entr'eux.

En la precedente figure soient les deux cercles parallels A C, B F, lesquels le grand cercle A B touche en A, B. Ie dis que les cercles A C, B F, sont egaux entr'eux. Car d'autant qu'ils sont parallels, ils seront à l'entour mesmes poles par la 1. p. 2. lesquels soient D, E: par lesquels & par les poles du cercle A B, soit descrit par la 20. p. 1. le grand cercle A F B, qui passera par les attouchemens A, B, par la 4. p. 2. Et d'autant qu'en la Sphere les grands cercles s'entre-couppent en deux egalement, A D B sera vn demy-cercle; & partant egal au demy cercle D B E: Ostant donc l'arc commun D B; resteront egaux les arcs D A, E B: & partant par la 29. p. 3. d'Eucl. les lignes droictes D A, E B, tirees des poles D, E, aux circonferences des cercles A C, B F, seront egales. Parquoy les cercles A C, B F, seront egaux, par le 2. Theoreme du Scholie de la 21. p. 1. Ce qui estoit proposé.

Theor. 8. Prop. 8.

Si en la Sphere il y a vn grand cercle oblique à quelque cercle de la Sphere, il touchera deux cercles égaux entr'eux, & parallels à iceluy cercle auquel il est oblique.



En la Sphere, soit le grand cercle A B oblique à quelconque cercle C D. Ie dis que le cercle A B touche deux cercles égaux entr'eux, & parallels à iceluy C D. Qu'ainsi ne soit: Soient trouuez par la 21. p.1. E, F, poles du cercle C D, par lesquels, & par les poles du cercle A B, soit descrit par la 20. p. 1. vn grand cercle E A B couppant A B en A & B: puis du pole E & interuale E A soit descrit le cercle A G. Et d'autant que les cercles A B, A G, couppent en vn mesme poinct A, le grand cercle E A B, qui passe par leurs poles; ils s'entretouchent en A, par la 3. p.2. Donc le grand cercle A B touchant le cercle A G, en touchera vn autre égal & parallel à iceluy, par la 6.p.2. lequel soit B H. Mais pource que par la 1.p.2. les cercles parallels A G, B H, sont à l'entour mesmes poles E, F; lesquels sont aussi poles du cercle C D; les trois cercles A G, C D, B H, seront à l'entour mesmes poles; & partant seront parallels entr'eux par la 2. p.2. Donc le grand cercle A B, touche les deux cercles A G, B H, égaux entr'eux, & parallels à C D, auquel il est oblique. Ce qu'il faloit prouuer.

SCHOLIE.

Clauius dit qu'en ce lieu est demonstré en vne autre version le Theoresme suiuant.

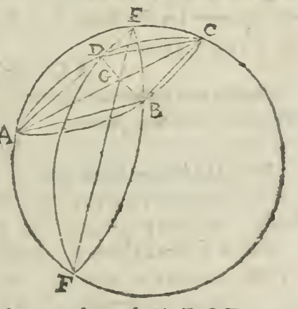
Si en la Sphere vn grand cercle touche quelqu'vn des cercles en la superficie Spherique; il sera oblique aux autres cercles parallels à celuy qu'il touche, lesquels il couppe.

En la mesme figure, que le grand cercle A B touche le cercle A G, mais qu'il couppe le cercle C D parallel à iceluy A G. Ie dis que le cercle A B est oblique au cercle C D. Car d'autant que le grand cercle A B, touchant le cercle A G, ne passe par les poles d'iceluy; (car s'il estoit tiré par les poles de A G, il ne le toucheroit, ains le couperoit en deux également par la 15. p. 1.) & partant ne passe aussi par les poles du cercle CD; (car les cercles parallels AG, CD ont mesmes poles par la 1. p. 2.) le grãd cercle A B ne couppera le cercle CD à angles droicts, autrement il passeroit par les poles d'iceluy par la 13. p 1. Le cercle A B est donc oblique au cercle C D. Ce qui estoit proposé.

Theor. 9. Prop. 9.

Si en la Sphere deux cercles s'entrecouppent, le grand cercle tiré par les poles d'iceux, couppera en deux également les segmens d'iceux cercles.

En la Sphere, soient les deux cercles A B C D, E D F B, s'entrecouppans és poincts B, D; & par les poles d'iceux soit descrit par la 20. p. 1. le grand cercle A F C E, couppant les susdits cercles és poincts A, C, E, F. Ie dis que le cercle A F C E couppe en deux également les segmens B A D, B C D, B E D, B F D.



Car d'autant que par la 15. p. 1. le grand cercle A F C E couppe les cercles A B C D, E D F B, en deux également, & à angles droicts; (car il est tiré par les poles d'iceux) les communes sections A C, E F, qu'il faict auec iceux, seront diametres des susdicts cercles s'entrecouppans en G: car les lignes droictes A C, E F, s'entrecoupperont, veu qu'elles sont en

vn mesme plan du cercle A F C E, & le poinct E est entre les poincts A & C, & le poinct F entre les mesmes poincts. Soient tirees les lignes droictes B G, D G ; & les trois poincts B, G, D, seront en l'vn & l'autre plan des cercles A B C D, E D F B ; & partant en la commune section d'iceux. Or par la 3.p.11. d'Eucl. la communue section d'iceux est vne ligne droicte: Donc B G D sera vne ligne droicte. Et d'autant qu'il a esté demonstré que le cercle A F C E, couppe à angles droicts les cercles A B C D, E D F B ; aussi chacun d'iceux sera à angles droicts sur A F C E ; & partant B D commune section d'iceux sera pareillement perpendiculaire au mesme cercle par la 19. p.11. d'Eucl. Donc par la 2. d.11. d'Eucl. les angles B G A, D G A, B G C, D G C, seront droicts. Parquoy veu que le diametre A C, passe par le centre du cercle A B C D, & couppe la ligne droicte B D à angles droicts ; il la couppera en deux également par la 3. p.3. d'Eucl. Ainsi les costez A G, G B, sont égaux aux costez A G, G D, & contiennent angl. égaux, sçauoir droits ; & par la 4.p.1. d'Eucl. les bases A B, A D, subtendantes des arcs A B, A D, seront égales entr'elles ; & partant aussi égaux iceux arcs A B, A D, par la 28.p.3. d'Eucl. En la mesme maniere seront demonstrez égaux les arcs, C B, C D ; & aussi les arcs E B, E D ; & F B, F D. Donc le cercle A F C E couppe en deux également les segmens B A D, B C D, B E D, B F D. Ce qu'il faloit prouuer.

SCHOLIE.

Clauius dict qu'en vne autre version sont demonstrez en ce lieu les deux Theoremes suiuans.

I.

Si en la Sphere deux cercles s'entre-couppent, & vn autre cercle couppe en deux également les segmens d'iceux ; il passe par leurs poles, & est vn grand cercle.

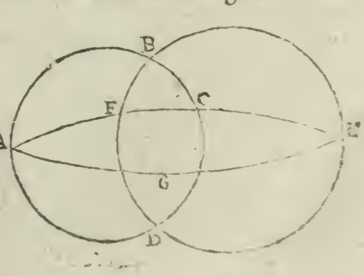
En la mesme Sphere, soient les deux cercles A B C D, E D F B, *s'entre-couppans és poincts* B, D, *& que quelque autre cercle* A F C E, *couppe les segmens* B A D, B C D, B E D, B F D, *en deux également. Ie dis que le cercle* A F C E *passe par les poles d'iceux, & est vn grand cercle. Car d'autant que les arcs* A D, A B, *sont égaux, & aussi* C D, C B ; *seront pareillement égaux les arcs totaux* A D C, A B C ; *& partant ils seront demy cercles. En la mesme maniere* E D F, E B F, *seront demonstrez estre aussi demy cercles. Donc le cercle* A F C E *couppe en deux également les cercles* A B C D, E D F B ; *&*

partant les communes sections A C, E F, *s'entre-coupans en* G, *sont diametres d'iceux. Que si on tire les lignes droictes* B G, D G, *veu que les trois poincts* B, G, D, *sont en l'vn & l'autre plan des cercles* A B C D, E D F B, *& partant en la commune section d'iceux, laquelle est vne ligne droicte par la* 3. *p.* 11. *d'Eucl.* B G D *sera vne ligne droicte. Mais pource que par la* 29. *p.* 3. *d'Eucl. les lignes droictes subtendantes* D A, D C, *sont égales aux subtendantes* B A, B C, *chacune à la sienne, à cause des arcs égaux; & par la* 31. *p.* 3. *d'Euc. contiennent angles égaux, sçauoir droicts, estans en demy cercles; par la* 4. *p.* 1. *d'Eucl. les angles* D A C, B A C, *seront égaux. Derechef puis que les costez* A D, A G, *sont égaux aux costez* A B, A G, *& qu'ils contiennent angles égaux, comme il a esté demonstré; les angles* A G D, A G B, *seront égaux par la* 4. *p.* 1. *d'Eucl. & partant droicts. Donc* B G D *est perpendiculaire à la ligne droicte* A C. *En la mesme maniere sera demonstré que la mesme ligne* B G D *est perpendiculaire à la ligne droicte* E F. *Parquoy icelle* B G D *sera perpend. au plan du cercle* A F C E *tiré par les lignes droictes* A C, E F, *par la* 4 *p.* 11. *d'Eucl. & partant l'vn & l'autre plan des cercles* A B C D, E D F B, *tirez par la ligne droicte* B G D, *sera aussi perpendiculaire au mesme plan du cercle* A F C E, *par la* 18. *p.* 11. *d'Eucl. aussi semblablement le cercle* A F C E, *sera perpendiculaire aux cercles* A B C D, E D F B. *Parquoy le cercle* A F C E, *couppe les cercles* A B C D, E D F B, *en deux également, & à angles droicts: & par le* 3. *Theo. du Sch. de la* 15. *p.* 1. A F C E *est vn grand cercle, & passe par les poles d'iceux* A B C D, E D F B. *Ce qui estoit proposé.*

II.

Si en la Sphere deux cercles s'entre-couppent, le grand cercle couppant en deux également deux quelconques segmens d'iceux, ayant toutesfois l'arc posé entre iceux segmens inegal au demy cercle; il passe par les poles d'iceux, & couppe en deux également les deux autres segmens.

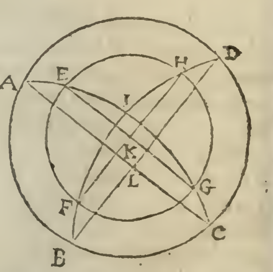
En la Sphere, soient les deux cercles A B C D, E B F D, *s'entre-coupans és poincts* B, D; *& que le grand cercle* A E C E, *couppe deux quelconques segmens d'iceux, sçauoir* B A D, B E D, *en deux également és poincts*



A, E, & l'arc A F C E intercept entre les susdicts segmens, n'est demy cercle. Ie dis que le cercle A F C E, passe par les poles des cercle A B C D, E B F D, & couppe en deux égalemens les deux autre segmens B C D, B F D. Car si le cercle A F C E ne passe par les pole d'iceux, soit descrit, si faire se peut, par lesdicts poles vn autre grand cercle A G E, qui couppera en deux également les segmens d'iceux par la 9.p.2. & partant passera par les poincts A, E. Or par la 11.p.1. les grands cercles A F C E, A G E, s'entre-coupperont en deux également en A, E: & partant A F C E sera vn demy cercle. Ce qui est contre l'hypotese. Donc le cercle A F C E passe par les poles des cercles A B C D, E B F D: Parquoy par la 9.p.2. il couppera en deux également les segmens d'iceux. Ce qui estoit proposé.

Theor. 10. Prop. 10.

S'il y a en la Sphere des cercles parallels, par les poles desquels, soient descrit des grands cercles: des parallels, les circonferences interceptes entre les grands cercles, sont semblables: mais des grands cercles, les circonferences comprises entre les cercles parallels, sont égales.



En la Sphere, soient les cercles parallels A B C D, E F G H, le pole desquels est I: (car en la Sphere les cercles parallels sont à l'entour mesmes poles par la 1.p.2) & par I soient descrit les grands cercles A E I G C, B F I H D. Ie dis que les circonferences A B, E F, des cercles parallels, sont semblables; comme aussi B C, F G; Item C D, G H; & D A H E: Et que des grands cercles, les circonferences comprises entre les parallels, sçauoir est A E, B F, C G, D H, sont égales. Car les communes sections du cercle A I C, & des parallels, soient les

lignes droictes A C, E G, lesquelles seront paralleles, par la 16. p. 11. & les communes sections du cercle B I D, & des mesmes parallels, soient les lignes droictes B D, F H, qui seront semblablement paralleles. Et pource que les grands cercles A I C, B I D, descris par les poles des cercles parallels couppent iceux parallels en deux également par la 15. p. 1. les lignes droictes A C, B D, seront diametres du cercle A B C D, & le poinct L, où ils s'entre-couppent sera le centre d'iceluy cercle: Item E G, F H, diametres du cercle E F G H, & le poinct K, où ils s'entre-couppent, centre du mesme. Donc puis que les lignes droictes E K, K F, sont paralleles aux lignes droictes A L, L B, & sont en diuers plans; les angles E K F, A L B, aux centres K, L, seront égaux, par la 10. p. 11. d'Eucl. Or l'angle E K F est soustenu par la circonference E F, & l'angle A L B par la circonference A B; & partant est manifeste par la 10. d. 3. d'Eucl. que la circonference A B est semblable à la circonference E F. En la mesme maniere seront demonstrees semblables les circonferences, B E, F G; C D, G H; & A D, E H.

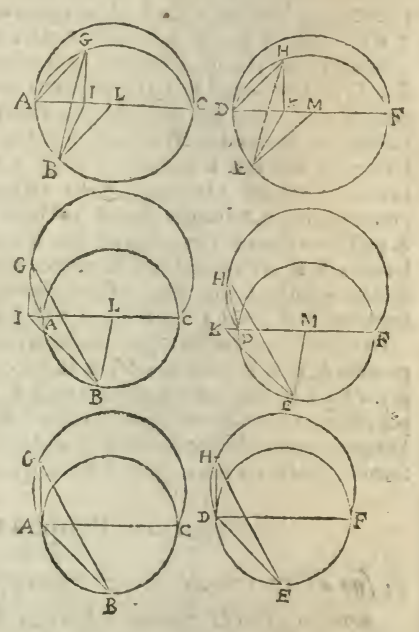
Derechef, puis que les lignes droictes tirées du pole I, aux poincts A, B, C, D, sont égales par la def. du pole; par la 28. p. 3. d'Eucl. seront aussi égaux les arcs I A, I B, I C, I D. Et par mesme raison seront égaux les arcs I E, I F, I G, I H. Parquoy les circonferences restantes A E, B F, C G, D H, seront égales entr'elles. Ce qu'il faloit prouuer.

Theor. 11. Prop. 11.

Si sur diametres de cercles égaux, sont esleués à angles droicts égaux segmens de cercles, desquels soient prises égales circonferences, chacune desquelles commençant l'extremité de son segment, soit moindre que la moitié de la circonference entiere du segment, & que des poincts terminans les égales circonferences, soient tirées des lignes droictes égales aux circonferences des cercles premierement po-

ſez; icelles circonferences des cercles premierement poſez interceptes entre icelles lignes droictes & les extremitez des diametres, ſeront égales.

Soient les cercles égaux A B C, D E F, deſquels les diametres ſont AC, DF, ſur leſquels ſont eſleuez à angles droicts les égaux ſegmens de cercles A G C, D H F, & ſoient pris arcs égaux A G, DH, tellement que les poincts G, H, couppent inégalement les ſegmẽs A G C, D H F; finablement qu'és circonferẽces des cercles A B C, D E F, tombent les lignes droictes égales G B, H E. Ie dis que les circonferences A B, D E, ſont égales. Soient menées de G, H, les lignes droictes G I, H K, perpendiculaires aux plans des cercles A B C, D E F, leſquelles par la 38. p. 11. d'Eucl. tomberont és communes ſections A C, D F, és poincts I, K: & eſtans pris L, M, centres des cercles A B C, D E F, ſoient tirées les lignes droictes L B, B I, A G; M E, E K, D H: Et premierement que les poincts I, K, tombent és ſemi-diametres A L, D M. D'autant que les arcs A G C, D H F, ſont égaux, & auſſi les arcs A G, D H; les arcs C G, F H, ſeront



pareil-

pareillement égaux ; & partant égaux les angles G A C, H D F, par la 27 p.3. d'Eucl. Mais les angles A I G, D K H, sont aussi égaux, pource qu'ils sont droicts par la 2. d. 11. d'Eucl. Parquoy les deux triangles A I G, D K H, ont les deux angles G A I, A I G egaux aux deux angles H D K, D K H: Mais ils ont aussi le costé A G égal au costé D H, par la 29.p.3.d'Eucl.(à cause de l'egalité des arcs A G, DH.) Donc par la 26. p 1. d'Eucl. le costé A I sera égal au costé D K, & le costé G I au costé H K. Et pource que les angles G I B, H K E, sont droicts par la 2.d 11. d'Eucl. les quarrez de G B, H E, qui sont égaux entr'eux, à cause de l'egalité des lignes droictes G B, H E, seront égaux aux quarrez de G I, I B, & de H K, K E, par la 47 p.1.d'Eucl. & partant les quarrez de G I, I B, seront égaux aux quarrez de H K, K E. Ostant donc les quarrez égaux des lignes droictes égales G I, H K, resteront égaux les quarrez des lignes I B, K E ; & partant égales icelles lignes I B, K E. Et pource que A L, D M, semi-diametres des cercles égaux, sont égaux ; & il a esté demonstré que A I, D K, sont aussi égaux ; pareillement les autres I L, K M, seront égales. Parquoy les costez I L, L B, seront égaux aux costez K M, M E : & il a esté demonstré que les bases I B, K E, sont aussi égales: Donc par la 8.p.1.d'Eucl. les angles L, M, aux centres, seront égaux ; & partant aussi égaux les arcs A B, D E, par la 26.p.3.d'Eucl.

Maintenant, que les poincts I, K, tombent és semi-diametres L A, M D, prolongez vers A & D : Ce qui peut aduenir quand les segmens A G C, D H F, sont plus grands que le demy-cercle; & soit faict mesme construction que dessus. Nous demonstrerons comme deuant que les angles G A C, H D F, sont égaux ; & partant puis que par la 13.p.1. d'Eucl. tant G A C, G A I, que H D F, H D K, sont égaux à deux droicts, aussi G A I, H D K, seront égaux. Et veu que les angles I, K, sont aussi égaux, sçauoir droicts, & les costez G A, H D, égaux par la 29.p.3.d'Eucl. à cause des arcs égaux A G, D H; par la 26.p.1.d'Eucl. les lignes droictes G I, I A, seront égales aux lignes droictes H K, K D ; & partant les toutes I L, K M, seront égales entr'elles. Nous demonstrerons donc comme deuant que la ligne droicte I B est égale à la ligne droicte K E, & l'angle L à l'angle M, & finablement l'arc A B à l'arc D E.

En troisiesme lieu, que les perpendiculaires menees de G,

H,ſur les plans des cercles A B C,D E F,tombent és poincts A,D : Ce qui peut auſſi arriuer quand les ſegmens A G G, D H F,ſont plus grands que le demy-cercle. Eſtans donc tirées les lignes droictes A B,D E,les angles G A B,H D E, ſeront droicts par la 2.d.11 d'Eucl. Parquoy (comme deuant) les quarrez des lignes droictes G A, A B, ſeront égaux aux quarrez des lignes droictes H D,D E. Mais les quarrez de G A,H D,ſont égaux , pource que par la 29.p.3. d'Eucl. les lignes droictes G A,H D, ſont égales , à cauſe de l'egalité des arcs A G,D H. Donc auſſi les quarrez de A B,D E, ſeront égaux ; & par conſequent les lignes droictes A B ,DE, ſeront égales.Parquoy les arcs A B,DE,ſeront auſſi égaux. Ce qui eſtoit propoſé.

Theor. 12. Prop. 12.

Si ſur les diametres de cercles égaux ſont eſleuez égaux ſegmens de cercles, & que d'iceux ſegmens ſoient priſes égales circonferences aux extremitez des ſegmens,moindres que les demyes parties d'iceux,& que d'iceux cercles ſoient priſes égales circonferences , vers les meſmes parties qui ſont aux extremitez des diametres ; les lignes droictes tirées des poincts és circonferences des ſegmens aux poincts des circonferences des cercles ,ſeront égales.

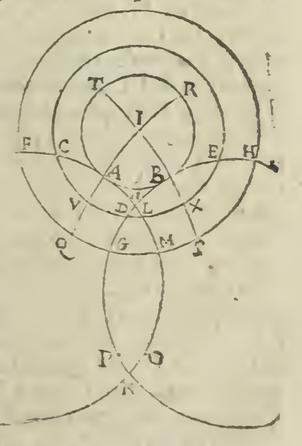
Soient repetees les figures de la propoſition precedente auec les meſmes conſtructions, & ſoient poſez les arcs A B, D E,egaux.Ie dis que G B,H E,ſont auſſi egales. Car puis que comme il a eſté demonſtré en la preced.prop. les lignes droictes A I,I G,ſont egales aux lignes droictes D K,K H; ſeront auſſi egales I L,K M. Ainſi I L,L B,ſont egales aux lignes droictes K M,M E,& contiennent angles egaux à L, M,à cauſe des arcs egaux A B,D E ; & par la 4.p.1. d'Eucl.

les bases I B, K E, seront egales. Parquoy veu que les costez G I, I B, sont egaux aux costez H K, K E, & contiennent angles egaux G I B, H K E, sçauoir droicts par la 2. d. 11. d'Eucl. par la mesme 4 p. 1. les bases G B, H E, seront egales. Ce qu'il faloit prouuer.

Theor. 13. Prop. 13.

Si en la Sphere il y a des cercles parallels, & que on descriue des grands cercles qui touchent vn des parallels, mais qui coupēt les autres; les circonferences des parallels interceptes entre les demy cercles des grands cercles, qui ne concurrent point, seront semblables: Mais des grands cercles, les circonferences comprises entre deux quelconque parallels, seront egales.

En la Sphere, soient les cercles parallels A B, C D E, F G H, qui par la 1. p. 2. auront vn mesme pole I: & que les grands cercles A F K, B H K, touchent le parallel A B és poincts A, B, & couppent les autres és poincts F, C, L, M: H, E, D, G: Mais qu'ils s'entrecouppent en K, N, afin que K M N, N F K, K G N, N H K, soient demy cercles: car par la 11. p. 1. les grands cercles s'entrecouppent en deux egalement. Soit pareillement pris l'arc K O egal à l'arc N A, & l'arc K P egal à l'arc N B, afin que A M O, O F A, B G P, P H B, soient pareillement semi-cercles. Donc les demy cercles A M O, B H P, ne se rencontreront point, puis qu'ils ne s'entrecouppent. En la mesme maniere B G P,



A F O, seront demy-cercles ne se rencontrant. Ie dis que les arcs des parallels A B, L E, M H, intercepts entre les demy cercles A M O, B H P, qui ne se rencontrent, sont semblables; Itẽ que les arcs A B, C D, F G, interceps entre les demy cercles B G P, A F O ne se rencontrans, sont aussi semblables: Et que des grands cercles, les arcs A C, A L, B D, B E, compris entre les parallels A B, C D E, sont egaux; comme aussi les arcs C F, L M, D G, E H, compris entre les parallels C D E, F G H; & les arcs A F, A M, B G, B H, compris entre les parallels A B, F G H. Car par le pole I, & par les poincts d'attouchemens A, B, soient descris par la 20 p.1. les grands cercles Q A I R, S B I T, couppans les parallels en Q, S, V, X. Par la 5.p.2. ces grands cercles-cy passeront aussi par les poles des cercles A F K, B H K; & partant par la 9 p.2. ils coupperont en deux egalement les segmens C A L, D B E, C V L, D X E; & F A M, G B H, F Q M, G S H: Et par la 15.p.1 les mesmes cercles coupperont à angles droicts les parallels A B, C D E, F G H, & les grands cercles A F K, B H K. Donc puis que sur les diametres des cercles egaux A F K, B H K, sont esleuez à angles droicts, segmens de cercles egaux, sçauoir les demy-cercles commençans aux poincts A, B, & passans par I, iusques a ce que derechef ils couppent les cercles A F K, B H K; & par la 28.p.3.d'Eucl. les arcs A I, B I, sont egaux; (pource que par la def. du pole les lignes droictes I A, I B, sont egales) lesquels sont moindres que les demies parties des cercles: (car veu qu'ils sont moities des arcs A I R, B I T, pource que par la def. du pole, les lignes droictes de I aux poincts A, B, R, T, sont egales, & partant aussi les arcs par la 28.p.3.d'Eucl. Mais les arcs A I R, B I T, sont moindres que le demy-cercle, pource que les demy cercles tendent de A & B, par I, iusques aux cercles A F K, B H K; les arcs A I, B I, seront moindres que les demies parties d'iceux cercles.) sont pareillement egales les lignes droictes I C, I E par la def. du pole; les arcs A C, B E, seront egaux, par la 11.p.2. Mais A C est egal à A L, & B E à B D, à cause que les arcs C A L, D B E, sont couppez en deux egalement. comme il a esté demonstré. Donc les quatre arcs A C, A L, B E, B D, sont egaux. En la mesme maniere seront demonstrez egaux les 4. arcs A F, A M, B H, B G; & par consequent, sont aussi egaux les autres arcs C F, L M, E H, D G.

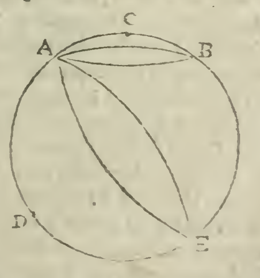
Or d'autant que les arcs totals C A L, D B E, sont egaux,

pource que les moitiez d'iceux sont egaux, comme il a esté demonstré; les lignes droictes subtendantes C L, D E, seront aussi egales par la 29 p.3. d'Eucl. lesquelles subtendent aussi les arcs C V L, D X E; & partant les arcs des parallels C V L, D X E, seront egaux par la 28.p 3. d'Eucl. Veu donc qu'ils sont couppez en deux egalement en V, X; comme il a esté dit; les moities d'iceux, sçauoir les quatre arcs C V, V L, D X, X E, seront egaux. Si donc aux arcs egaux C V, D X, on adiouste l'arc commun V D; les arcs C D, V X, seront egaux Mais par la 10.p.2 l'arc V X est semblable a l'arc V B: Donc aussi C D sera semblable au mesme A B. En la mesme maniere on demonstrera F G estre semblable au mesme A B; & aussi que les arcs E L, H M, sont semblables au mesme arc A B. Ce qu'il faloit prouuer.

Probl. 1. Prop. 14.

Estant donné vn cercle en la Sphere, qui soit moindre qu'vn grand cercle, & quelque poinct donné en la circonference d'iceluy; par iceluy poinct descrire vn grand cercle qui touche le cercle donné.

En la Sphere soit donné le cercle non grand A B, duquel le pole est C: Et il faut par le poinct A donné en la circonference, descrire vn grand cercle qui touche le cercle A B. Par le pole C, & par le poinct A, soit descrit par la 20. p 1. vn grand cercle C A D E B, auquel soit pris le quadrant A D, & du pole D, & interuale D A, soit descrit le cercle A E qui sera grand par la 17. p. 1 pource que la ligne droicte subtenduë de D A est le costé du quarré descrit en vn grand cercle. Ie dis qu'iceluy grand

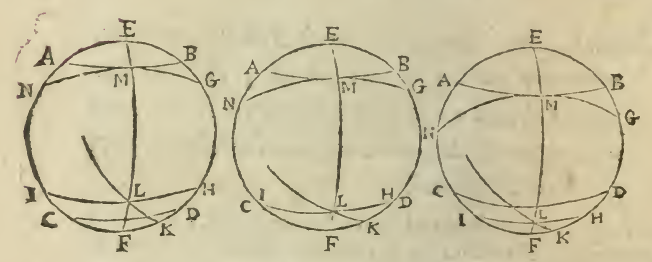


cercle A E, touche le cercle A B en A. Car puis que les deux cercles A B, A E, couppent en vn mesme poinct A, vn mesme

cercle C A D, paſſant par leurs poles; ils s'entretouchent au poinct A. Nous auons donc deſcrit le grand cercle A E, qui paſſant par le poinct donné A, touche le cercle donné A B: Ce qu'il faloit faire.

Prob. 2. Prop. 15.

Eſtant donné vn cercle en la Sphere, qui ſoit moindre qu'vn grand cercle, & quelque poinct en la ſuperficie de la Sphere, qui ſoit entre le cercle donné, & l'autre egal & parallel à iceluy; par iceluy poinct donné d'eſcrire vn grand cercle qui touche le cercle denné.



En la Sphere, ſoit donné le cercle A B moindre qu'vn grand, auquel ſoit egal & parallel C D, & ſoit donné le poinct G entre les deux cercles AB, CD: Et il faut deſcrire par G vn grand cercle qui touche le cercle A B. Soient E, F, poles des parallels A B, C D; (car par la 1. p. 2. ils ont meſmes poles) & par E G ſoit deſcrit par la 20. p. 1. vn grand cercle E A C, qui paſſera par l'autre pole F, par le corol. du 1. Theo. du Scholie de la 10. p. 1. En iceluy cercle ſoit pris le quadrant B H; & le poinct H tombera ou au-deſſus de D, ou en D, ou au-deſſoubs de D: Et en quelconque d'iceux qu'il aduienne nous paracheuerons la choſe ainſi. Du pole E & interualle E H, ou du pole F à l'interualle F H, ſoit deſcrit le cercle H I, qui par la 2. p. 2. ſera parallel à iceux A B, C D, & appároiſtra ou au-deſſus C D, ou ſera le meſme que C D, ou ſera

ſcitué au-deſſoubs de C D, ſelon que le poinct H aura eſté poſé au-deſſus de D, ou en D, ou au-deſſoubs de D. Soit pris derechef le quadrant G K, & le poinct K ſera pardelà H, puis que G H eſt moindre que le quadrant: puis du pole G, & interualle G K, ſoit deſcrit le cercle K L, qui ſera grand par la 17. p. 1. pource que la ligne droicte ſubtendant le quadrant G K, eſt egale au coſté du quarré deſcrit en vn grand cercle. Or que K L couppe le cercle H I en L, & que par L, F, ſoit deſcrit par la 20 p. 1. le grand cercle F L, qui paſſera par l'autre pole E; par le corol du 1. Theo. du Sch. de la 10. p. 1. Mais ce cercle F L E, couppera le cercle A B en M: & M L, B H, arcs des grands cercles paſſans par E, F, poles des parallels, interceps entre les parallels A B, C D, ſeront egaux par la 10. p. 2. & partant B H eſtant quadrant par la conſtruction, L M ſera auſſi quadrant. Donc du pole L, & de l'interualle L M, ſoit deſcrit le cercle M N, qui ſera grand par la 17 p. 1. pource que la ligne droicte ſoubtendant le quadrant L M eſt egale au coſté du quarré deſcrit en vn grand cercle. Et d'autant que le grand cercle K L, paſſe par L pole du grand cercle N M, pareillement le grand cercle N M paſſera par G pole du cercle K L, par le 1. Theo. du Sch. de la 15. p. 1. & ainſi le grand cercle M N paſſe par le poinct donné G. Ie dis auſſi qu'il touche le cercle donné A B en M. Car d'autant que les cercles A B, G N, couppent en vn meſme poinct M, le grand cercle E F, auquel ils ont leurs poles, ils s'entretoucheront en M, par la 3. p. 2. Nous auons donc deſcrit par G, le grand cercle G N, touchant le cercle A B en M. Ce qu'il faloit faire.

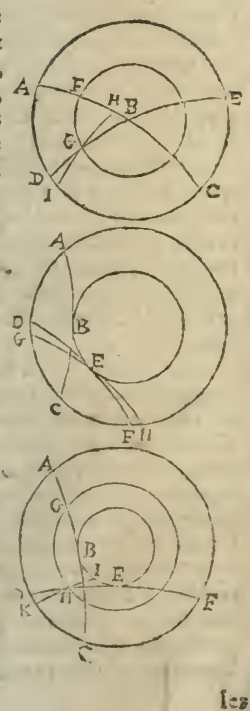
SCHOLIE.

Que ſi le poinct G *eſt donné preciſément au milieu de l'arc* B D; G F *ſera quadrant. Donc le cercle* F E *deſcrit du pole* G, *& interualle* G F, *couppera* H I *au poinct* L, *lequel ſera derechef pole du cercle touchant, comme deſſus. Mais ſi le poinct donné* G *eſt le meſme que* D, *le pole du cercle touchant ſera au milieu de l'arc* D C A, *puis qu'iceluy arc eſt ſemi-cercle. Or le cercle deſcrit d'iceluy pole, touche par la* 3. *p.* 2. A B *en* A, *&* C D *en* D, *comme il eſt manifeſte. C'eſt à ſçauoir, d'autant que ce grand cercle & les parallels* A B, C D, *couppent és poincts* A, D, *la circonference du grand cercle* A C D B, *qui paſſe par leurs poles. Et d'autant qu'ainſi que* L *a eſté demonſtré pole du grand cercle* G N, *touchant le cercle* A B, *ainſi pareillement on peut demonſtrer que l'autre poinct, auquel le grand cercle* K L, *couppe de*

l'autre part le cercle H I, est le pole d'vn autre grand cercle qui passe par G, & touche le cercle AB en vn autre poinct; il est manifeste que par vn poinct donné en la Sphere entre deux cercles egaux & parallels, on peut descrire deux grands cercles qui touchent le cercle A B en deux poincts.

Theor. 14. Prop. 16.

Les grands cercles, qui en la Sphere ostent semblables circonferences de cercles parallels; ou ils passent par les poles des parallels, ou bien touchent vn mesme parallel.



En la Sphere, soient les grands cercles A B C, D B E, qui prẽnent des cercles parallels A D C, F G, semblables circonferences A D, F G. Ie dis que les grands cercles A B C, D B E, ou passent par les poles des parallels A D C, F G, ou touchent vn mesme parallel. Car ou l'vn d'iceux, sçauoir A B C, passe par les poles des parallels, & ainsi nous demonstrerons que l'autre passe par les mesmes poles; ou il n'y passe pas, mais toutesfois touche l'autre d'iceux parallels, & ainsi nous demonstrerons que l'autre touche le mesme; ou finablement il ne passe par les poles des parallels, ny touche l'vn d'iceux. Ce qu'estant posé, nous concluõs que les grãds cercles dõnez touchent quelque autre parallel moindre que les parallels dõnez. Car en premier lieu, que A B C passe par les poles des parallels: Ie dis que D B E passe aussi par les mesmes poles, c'est à dire que le poinct B, auquel s'entrecouppent

les grands cercles A B C, D B E, est le pole des parallels AD C, F G. Car si B n'est le pole d'iceux, soit H leur pole. Et d'autant que le cercle A B C, est posé passer par les poles d'iceux parallels, H sera en la circonference A B C. Par H, G, soit descrit par la 20. p. 1. le grand cercle H G, couppant A D C en I: & les arcs A I, F G, seront semblables par la 10. p. 2. puis qu'ils sont comprins entre les grands cercles A H, H I, descris par le pole H. Mais l'arc A D est aussi posé semblable au mesme arc F G. Donc les arcs A I, A D, sont semblables; & partant puis qu'ils sont d'vn mesme cercle, ils seront egaux entr'eux, le tout & la partie. Ce qui est absurde. Donc autre poinct que B ne sera pole des parallels, si l'vn des cercles A B C, D B E, sçauoir A B C, est tiré par les poles d'iceux. Parquoy l'vn & l'autre des grands cercles A B C, D B E, passe par le pole B, si l'vn d'iceux y passe.

Mais maintenant, que les deux grands cercles A B C, D E F, ostent derechef des parallels A D C, B E, circonferences semblables A D, B E, & que l'vn ny l'autre d'iceux passe par les poles des parallels, mais que l'vn, sçauoir A B C, touche en B vn d'iceux, c'est à sçauoir B E. Ie dis que le cercle D E F, touche aussi en E le mesme parallel BE Car s'il ne le touche, ains le couppe, par E, poinct donné au parallel, soit descrit par la 14. p. 2. vn grand cercle G E H, touchant le parallel B E en E; & les demy-cercles, desquels l'vn est mené de E par G, & l'autre passe de B par A, ne se rencontreront pas, comme apert par la figure de la 13. p. de ce liure, & par les choses là demonstrées. Donc les arcs B E, A G, seront semblables. Mais les arcs B E, A D, ont aussi esté posez semblables. Donc les arcs A G, AD, sont semblables entr'eux; & partant puis qu'ils sont d'vn mesme cercle, ils seront egaux entr'eux, le tout & la partie. Ce qui est absurde. Donc nul autre grand cercle tiré par E, que D E F, touche le parallel B E en E, si A B C touche le mesme en B. Parquoy si A B C touche B E, aussi D E F touchera le mesme B E. En dernier lieu, que les grands cercles A B C, D E F, prenent des parallels AD C, G H, les semblables circonferences AD, G H; & que l'vn ny l'autre d'iceux cercles soit mené par les poles des parallels, ny ne touche l'vn d'iceux. Ie dis que les grands cercles A B C, D E F, touchent quelque autre cercle parallel moindre qu'iceux A D C, G H. Car d'autant que le grand cercle A B C ne passe par les poles des parallels, ny ne

touche l'vn d'iceux ; le grand cercle A B C, ſera oblique à chacun des parallels AD C, G H. Car s'il eſtoit droict, il paſſeroit par les poles d'iceux, par la 13. p.1. contre l'Hypoteſe. Donc A B C touchera deux cercles egaux entr'eux, & parallels à chacun des parallels ADC, GH, par la 8 p.2 Qu'il touche donc le parallel BE, qui ſera moindre que chacun AD C, G H; (puis que A B C couppe iceux) & partant l'autre à luy egal & parallel ſera auſſi moindre que chacun A D C, G H: Et par ainſi les parallels A D C, G H, ſeront poſez entre ces deux là, leſquels le cercle A B C touche. Ie dis auſſi que D E F touche le meſme B F. Car s'il ne le touche, par le poinct H, qui eſt entre le cercle B E, & l'autre à luy egal & parallel, comme nous auons demonſtré, ſoit deſcrit par la 15.p.2. vn grand cercle K H, touchant B E en I; & les demy-cercles, deſquels l'vn paſſe de I par H, & l'autre de B par G, ne ſeront rencontrans, comme apert tant par la figure de la 3.p.2 que par ce qui a eſté là demonſtré. Donc les arcs AK, G H, ſeront ſemblables. Mais AD, G H, ont auſſi eſté poſez ſemblables. Donc A K, A D, ſont ſemblables; & partant veu qu'ils ſont arcs d'vn meſme cercle, ils ſeront egaux entr'eux, le tout & la partie. Ce qui eſt abſurde. Donc nul autre grand cercle deſcrit par H, que D E F, touche le parallel B E, ſi A B C, touche le meſme en B. Parquoy ſi A B C, touche le cercle B E, auſſi D E F touchera le meſme B E. Donc les grands cercles &c. Ce qu'il faloit demonſtrer.

SCHOLIE.

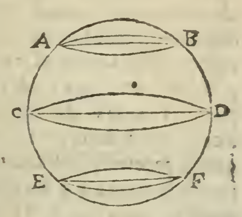
Or il eſt manifeſte, que les grands cercles A B C, D E F, *touchent tellement le meſme parallel* BE, *que les ſemicercles d'iceux, procedans depuis les attouchemens par les arcs ſemblables ne s'aſſemblent pas: autrement les arcs oſtez ne ſeroient ſemblables, comme appert par la 13.p. de ce liure.*

Theor. 15. Prop. 17.

En la Sphere, les cercles parallels, entre leſquels & le plus grand des parallels, ſont comprins egales circonferences de grands cercles; ſont egaux entr'eux: Mais ceux-là entre leſquels & le plus grand des parallels, ſont interce-

ptes plus grandes circonferences de grands cercles ; sont les moindres.

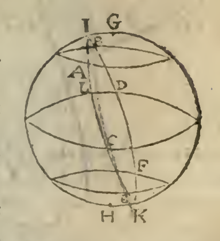
En la Sphere, soient les cercles parallels A B, C D, E F ; & C D soit le plus grand des parallels ; mais entre le cercle C D, & chacun des parallels A B, E F, soient interceptes egales circonferences A C, C E, de quelque grand cercle A C E F D B. Ie dis que les parallels A B, E F, sont egaux. Car les communes sections des parallels, & du cercle A C E F D B, sont les lignes droictes A B, C D, E F, lesquelles seront paralleles entr'elles par la 16 p. 11. d'Eucl. Or que le grand cercle A C E F D B passe premierement par les poles des parallels. Ce qu'estant posé, iceluy grand cercle couppera lesdits parallels, en deux egalement & à angles droicts par la 15 p. 1. & partant A B, C D, E F, seront diametres des parallels. Et d'autant que par la 10 p. 2. les arcs A C, B D, sont egaux, & aussi les arcs C E, D F ; & A C a esté posé egal à C E ; A C, B D, ensemble seront egaux à C E, D F ensemble. Mais les demy cercles C A B D, C E F D, sont egaux; pource que par la 11. p. 1. les grands cercles CD, A C E F D B, s'entrecouppent en deux egalement. Donc les arcs restans A B, E F, seront egaux ; & partant les lignes droictes A B, E F, c'est à dire les diametres des cercles A B, E F, seront aussi egaux, par la 29. p. 3. d'Eucl. donc les cercles A B, E F, sont egaux.



Que si l'arc AC est posé plus grand que l'arc C E., Ie dis que le cercle A B est moindre que le cercle E F. Car estant posée la mesme construction, & demonstration, comme deuant les arcs A C, B D, seront egaux, & aussi C E, D F, par la mesme 10 p. 2. veu donc que AC est posé plus grand que CE, les deux arcs A C, B D ensemble, seront plus grands que les deux arcs CE, DF ensemble. Donc A B reste du demy-cercle CABD, sera moindre que EF reste du demy-cercle CEFD; & partãt est manifeste par la 29. p. 3. d'Eucl. que la ligne droicte A B, qui est diametre du cercle A B, sera aussi moindre que la ligne droicte E F, qui est diametre du cercle E F; & par con-

ſequent le cercle A B ſera moindre que le cercle E F.

Maintenant, que le grand cercle A C E F D B ne paſſe par les poles des parallels A B, C D, E F; & ſoient derechef egaux les arcs A C, C E. Ie dis derechef que les cercles AB, E F, ſont egaux. Car ſoient G, H, poles des parallels A B, C D, E F, & par G, H, & par les poles du grand cercle ACEFDB, ſoit deſcrit par la 20. p. 1. le grand cercle G I H K, qui couppera



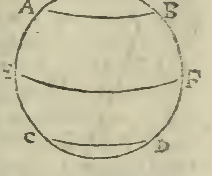
le cercle A C E F D B en deux poincts, comme en I, K, à angles droicts par la 15. p. 1. Donc puis que le grand cercle GIHK, paſſe par les poles des grands cercles ACEFDB, CD; iceux paſſeront pareillement par les poles de ceſtuy-là, par le 1. Thé. du Sch. de la 15 p 1. Donc les poincts C, D, où ces deux cercles s'entrecouppent, ſeront les poles du cercle G I H K; (autrement chaſque cercle AC E F D B, C D, ne paſſeroit par les poles du cercle G I H K) & partant eſtant tirees les lignes droictes CI, CK, par la def. du pole, elles ſeront egales; & par conſequent les arcs CI, CK, ſeront egaux entr'eux, par la 28. p. 3. d'Eucl. Mais par l'hypoteſe les arcs A C, C E, ſont auſſi egaux. Donc les arcs reſtans A I, E K, ſeront pareillement egaux. Derechef, puis que le demy-cercle I G K, eſt egal au demy cercle G K H; (car les grands cercles ACEFDB, GIHK par la 11. p. 1. s'entrecouppent en deux egalement; & partant IGK eſt demy-cercle: Et l'arc GKH eſt demy-cercle à cauſe de G, H, poles des parallels) eſtant oſté l'arc commun G K, les arcs reſtans G I, H K, ſeront egaux. Donc puis que ſur le diametre du cercle ICKD, inſiſtent à angles droicts, les ſegmens de cercles egaux IGK, KHI, leſquels ſont demy-cercles, comme nous auons demonſtré; & que les arcs I G, KH, ſont egaux, & ne ſont moities des ſegmens, ou bien quadrans, veu que G, H, ne ſont poles du cercle I C K D; Item que les arcs I A, K E, ſont egaux, comme il a eſté demonſtré: les lignes droictes menées G A, H E, ſeront egales, par la 12. p. 2. Parquoy les cercles A B, E F, ſeront egaux entr'eux, par le 2. Theo. du Sch. de la 21 p. 1.

Que ſi l'arc A C eſt poſé plus grand que l'arc C E. Ie dis que le cercle A B eſt moindre que le cercle E F. Car eſtant pris l'arc CL egal à l'arc CE; le cercle parallel deſcrit par L,

sera egal au parallel E F, comme il a esté demonstré cy-dessus. Mais par la 6.p.1 le parallel A B est moindre que le parallel descrit par L, puis que celuy-là est plus esloigné du plus grand des parallels; & partant du centre de la Sphere. Donc aussi le parallel AB est moindre que E F. Parquoy en la Sphere, les cercles parallels &c. Ce qu'il faloit demonstrer.

Theor. 16. Prop. 18.

En la Sphere les circonferences de grands cercles, comprises entre le plus grand des parallels, & deux autres cercles egaux & parallels, sont egales: Mais celles-là qui sont comprises entre le grand parallel & le plus grand des autres, sont les moindres.



En la Sphere, soient deux parallels egaux A B, C D, & le grand parallel soit E F; & qu'vn autre grãd cercle ACDB, couppe tous ces parallels là. Ie dis que les arcs A E, E C; & B F, F D, sont egaux. Car s'ils ne sont egaux, soit AE plus grand. Donc par la precedente, le cercle A B sera moindre que le cercle C D. Ce qui est contre l'hypotese. Donc les arcs A E, E C; & les arcs B F, F D, sont egaux.

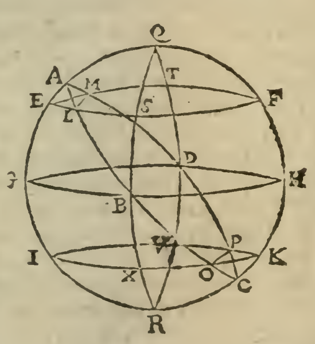
Que si le cercle A B est posé plus grand que le cercle CD. Ie dis que l'arc A E est moindre que l'arc E C. Car s'il n'est moindre, il sera ou egal, ou plus grand: s'il est egal, les cercles A B, CD, seront egaux, par la preced. prop. S'il est plus grand, le cercle A B sera moindre que le cercle C D, par la mesme prop. l'vne & l'autre desquelles choses est contre l'hypotese. Donc l'arc A E est moindre que E C. Parquoy en la Sphere les circonferences &c. Ce qu'il faloit prouuer.

Theor. 17. Prop. 19.

Si en la Sphere, vn grand cercle couppe quelques

cercles parallels descris en la superficie Spherique, & non toutesfois par les poles; il couppera iceux en parties inegales, excepté le plus grand des parallels. Mais des segmens des parallels interceps en l'vn des hemispheres, ceux qui sont entre le plus grand des parallels, & le pole apparant, sont plus grand que le demy-cercle; mais les autres qui sont entre le plus grand des parallels, & le pole caché, sont moindre qu'vn demy-cercle: Et bref les segmens alternatifs des cercles egaux & parallels, sont egaux entr'eux.

En la Sphere, que le grand cercle A B C D, couppe les parallels EF, GH, IK, en L, M; B, D; & O, P, non par les poles, qui sont Q, R; & G H soit le plus grand des parallels; & Q le pole apparant, & R le caché en l'hemisphere qui est au dessus le grand cercle A B CD, & regarde vers la partie F. Ie dis que le cercle A B CD couppe inegalement les parallels, excepté le plus grand GH; car il couppe celuy-cy en deux egalement: & que le segment L F M compris entre le plus grand parallel & le pole apparant Q,



est plus grãd que le demy-cercle, & OKP moindre: Bref que si les parallels E F, I K, sont egaux, les segmens alternatifs L F M, OIP, sont aussi egaux. Car par le pole Q & le poinct B, soit descrit par la 20 p.1. vn grand cercle Q B R D, lequel par le corol. du 1. Theo. du Scholie de la 10. p. 1. passera par l'autre pole R, & aussi par le poinct D, veu qu'il couppe l'vn

& l'autre cercle G B H D, A B C D en deux egalement par la 11. p. 1. & ces deux cercles-cy sont couppez en deux egalement en B, D. Dont aduient que le cercle Q B R D couppe le parallel E F au dessus du cercle A B C D, & le parallel I K, au dessoubs du mesme, comme és poincts S, T; & V, X. Et d'autant que par la 15. p. 1. le grand cercle Q B R D passant par les poles des parallels E F, I K, il les couppe en deux egalement; S F T, V K X; seront demy-cercles; & partant l'arc L F M, sera plus grand que le demy-cercle, & O K P moindre que le demy-cercle.

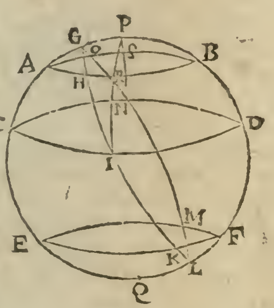
Maintenant soient egaux les parallels E F, I K. Ie dis que les segmens alternes L F M, O I P, sont egaux entr'eux; & aussi les segmens alternes L E M, O K P. Car par les poles des parallels, & par les poles du cercle A B C D, soit descrit par la 20. p. 1. vn grand cercle A G C H, qui diuisera les segmens L A M, O C P en deux egalement par la 9. p. 2. Donc les arcs A L, A M, sont egaux entr'eux, & C O, C P entr'eux. Et d'autant que le grand cercle A G C H, passe par les poles des grands cercles G H, A C; ceux-cy passeront pareillement par les poles de celuy-là, par le 1. Theo. du Sch. de la 15. p. 1. Donc les poincts B, D, sont les poles du cercle A G C H; & partant les lignes droictes B A, B C, seront egales, par la def. du pole; & par la 28. p 3. d'Eucl. les arcs B A, B C, seront aussi egaux. Mais par la precedente prop. les arcs B L, B O, sont aussi egaux, à cause que les parallels E F, I K, sont posez egaux. Donc les autres arcs A L, C O, seront aussi egaux. Or les arcs A L, C O, sont moities des arcs L A M, O C P, à cause que A L a esté demonstré egal à A M, & C O à C P. Donc les arcs L A M, O C P, sont egaux; & partant par la 29. p. 3. d'Eucl. les lignes droictes soubtenduës L M, O P, seront aussi egales. Parquoy par la 28. p. 3. d'Eucl. elles osteront des cercles egaux, arcs egaux, sçauoir est le plus grand L F M egal au plus grand O I P, & le moindre L E M au moindre O K P, (c'est à dire l'alterne segment à l'alterne segment.) Parquoy si en la Sphere vn grand cercle &c. Ce qu'il faloit prouuer.

Theor. 18. Prop. 20.

Si en la Sphere vn grand cercle couppe quelques cercles parallels, non toutesfois par les poles;

ayant pris en vne Hemisphere des circonferences des parallels ; celles lesquelles approchent de plus pres le pole apparant seront plus grandes que ne peuuent estre les semblables à celles, lesquelles seront plus esloignées du mesme pole apparant.

En la Sphere, soit le grand cercle G H I K L M N O, qui couppe les parallels A B, C D, E F, en H, O ; I, N ; K, M, non toutesfois par les poles ; & au dessus l'hemisphere G B L soit le pole apparant P, & le caché soit Q. Ie dis que l'arc O B H est plus grand que ne peut estre le semblable à l'arc N D I, & N D I plus grand que le semblable à l'arc M F K. Car par P pole des parallels, & par les poincts I, N, soient descris deux grands cercles P I, P N, couppans le parallel A B au dessus du cercle G I L N, en R, S: & l'arc R B S sera semblable à l'arc I D N, par la 10. p. 2. veu donc que l'arc O B H est plus grand que l'arc R B S; il sera aussi plus grand que le semblable à l'arc N D I. Nous monstrerons par la mesme maniere que l'arc N D I est plus grand que n'est le semblable à l'arc M F K, sçauoir est si par le pole P, & les poincts K, M, sont descris deux autres grands cercles. Si donc en la Sphere vn grand cercle &c. Ce qu'il faloit prouuer.



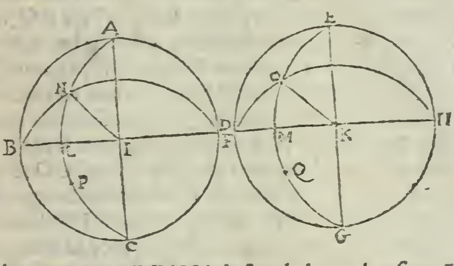
COROLLAIRE.

De cecy arriue, que simplement l'arc O B H, est plus grande partie de son parallel A B, que l'arc N D I de son parallel &c. puisque l'arc R B S est telle partie de son parallel, qu'est l'arc I D N de son parallel, veu que iceux arcs ont esté demonstrez semblables, &c.

Theor. 19. Prop. 21.

Si és Spheres egales, les grands cercles sont inclinez aux grands cercles, celuy-là duquel le pole est plus esleué au dessus du plan d'au-dessoubs, sera le plus incliné: mais ces cercles-là desquels les poles sont egalement distans des plans d'au-dessoubs, sont egalement inclinez.

Es Spheres egales A B C D, E F G H, desquelles les cétres sont I, K, vers les deux



grands cercles A B C D, E F G H, desquels les poles sont L, M, soient inclinez les deux grands cercles B N D, F O H, desquels les poles sont P, Q; & soit premierement le pole P, plus esleué au-dessus du plan du cercle A B C D, que le pole Q, au-dessus du plan du cercle E F G H. Ie dis que le cercle B N D est plus incliné au cercle A B C D, que F O H à E F G H. Car par les poles L, P, & par les poles M, Q, soient descris les grands cercles A N C, E O G, & la commune section des cercles A B C D, B N D, soit la ligne droicte B D; mais des cercles A B C D, A N C, la ligne droicte A C; & des cercles B N D, A N C, la ligne droicte N I: toutes lesquelles lignes droictes passeront par I centre de la Sphere, veu que par la 6.p.1. les grands cercles sont menez par le mesme centre de la Sphere. Par le mesme ordre, soient en l'autre Sphere les communes sections de cercles, comme la ligne droicte F H, des cercles E F G H, F O H; mais la ligne droicte E G, des cercles E F G H, E O G; & la ligne droicte O K des cercles F O H, E O G: toutes lesquelles lignes droictes passeront sem-

blablement par le centre de la Sphere. Et d'autant que le cercle A N C, passant par les poles des cercles A B C D, B N D, couppe iceux a angles droicts par la 15. p. 1. semblablement l'vn & l'autre cercle A B C D, B N D, sera perpendiculaire au cercle A N C; & partant aussi la ligne droicte B D, commune section d'iceux, sera perpendiculaire an mesme cercle A N C, par la 19. p. 11. d'Eucl. & par consequent les angles AID, NID, seront droicts; & partant A I N sera l'angle d'inclination du cercle B N D au cercle A B C D, par la 5 def. du 11. d'Eucl. En la mesme maniere EKO, sera l'angle d'inclination du cercle FOH au cercle E F G H. Et d'autant que P, pole du cercle B N D a esté posé plus esleué au-dessus du cercle A B C D, que Q pole du cercle F O H, au-dessus du cercle EFGH; l'arc CP sera plus grand que l'arc GQ. Car veu que ces arcs sont perpendiculaires aux cercles A B C D, E F G H, ils mesurent les hauteurs des poles P, Q, au-dessus d'iceux cercles. Mais les arcs P N, Q O, sont egaux, veu qu'ils sont quadrans. Car les poles P, Q, sont esloignez des grands cercles B N D, F O H, d'vn quadrant par le Corol. de la 16. p. 1. l'arc CN sera donc plus grand que l'arc GO; & partant A N reste du demy-cercle A N C, sera moindre que E O reste du semi-cercle E O G. Parquoy l'angle A I N, sera moindre que l'angle E K O; & partant le cercle B N D sera plus incliné au cercle A B C D, que le cercle F O H au cercle E F G H.

Maintenant, que les arcs C P, G Q, soient egaux, c'est à dire que les poles P, Q, soient egalement distans des plans des cercles ABCD, EFGH. Ie dis que les cercles B N D, F O H, sont egalement inclinez aux cercles A B C D, E F G H. Car d'autant que les arcs C P, G Q, sont egaux, si on leur adiouste les quadrans P N, Q O, aussi les arcs CN, GO, seront egaux; & partant seront pareillement egaux les arcs A N, E O, restes des demy cercles. Donc par la 27. p. 3. d'Eucl. les angles AIN, E KO, seront egaux; & partant par la 6. d. 1. les inclinations des cercles B N D, FOH, aux cercles A B C D, E F G H, seront semblables ou egales. Parquoy és Spheres egales, les grands &c. Ce qu'il faloit demonstrer.

SCHOLIE.

De cecy arriue, que si des grands cercles, inclinez à d'autres ont les poles egalement distans des poles des grands cercles ausquels ils sont inclinez, les inclinations sont egales: mais de celuy duquel le pole est plus proche du pole de celuy auquel il est incliné,

l'inclination est plus grande. Car si les arcs L P, M Q, *sont egaux, aussi* C P, G Q, *seront egaux, veu que par le corol. de la 16. p. 1.* C L, G M, *sont quadrans; & partant* P, Q, *poles des cercles inclinez, seront egalement distans des plans des cercles* A B C D, E F G H, *qui sont au dessoubs. Parquoy (comme il a esté demonstré en ceste prop.) seront egales les inclinations des cercles* B N D, F O H, *aux cercles* A B C D, E F G H. *Mais si l'arc* L P *est moindre que l'arc* M Q, *l'arc* C P *reste du quadrant, sera plus grand que l'arc* G Q *reste au quadrant. Donc (comme nous auons demonstré en ceste prop.) l'inclination du cercle* B N D, *au cercle* A B C D, *sera plus grande que du cercle* F O H *au cercle* E F G H.

Clauius a demonstré la conuerse, tant de ceste proposition que Scholie, en ceste maniere.

Si és Spheres egales, les grands cercles sont egalement inclinez aux grands cercles, les distances des poles d'iceux aux plans d'au-dessoubs, seront egales : Mais celuy qui est plus incliné, aura le pole plus esleué. Item les distances des poles d'iceux cercles qui sont egalement inclinez, aux poles des cercles ausquels ils sont inclinez, seront egales : Mais la distance du pole d'iceluy cercle qui est plus incliné, au pole du cercle auquel il est incliné, sera moindre.

Car si les cercles B N D, F O H *sont egalement inclinez aux cercles* A B C D, E F G H, *les angles* A I N, E K O, *seront egaux; & partant seront aussi egaux les arcs* A N, E O, *par la 26. p. 3. d'Eucl. Leur adioustant donc les quadrans* N P, O Q, *les arcs* A P, E Q, *seront egaux; & partant seront aussi egaux les restes* C P, G Q.

Mais si le cercle B N D *est plus incliné au cercle* A B C D, *que le cercle* F O H *au cercle* E F G H, *l'angle* A I N *sera plus grand que l'angle* E K O; *& partant aussi l'arc* A N *sera moindre que l'arc* E O. *Adioustant donc les quadrans* N P, O Q, *l'arc* A P *sera moindre que l'arc* E Q; *& partant le reste* C P, *sera plus grand que le reste* G Q.

Derechef, si les cercles sont egalement inclinez, les arcs C P, G Q, *seront egaux, comme nous auons demonstré cy-dessus. Veu donc que* C L, G M, *sont quadrans, aussi les arcs* L P, M Q, *seront egaux.*

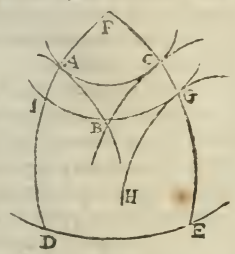
Si finablement le cercle B N D, *est le plus incliné, l'arc* C P *sera plus grand que l'arc* G Q *par les choses cy-dessus demonstrees. Donc* L P *reste du quadrant* C L *sera moindre que* M Q *reste du quadrant* G M, *&c.*

Or Clauius demonstre encore icy cinq autres Theoremes qu'il dit estre en vne autre version.

I.

Les grands cercles touchans vn mesme parallel, sont egalement inclinez au plus grand des parallels: Et celuy qui touche vn plus grand parallel, est le plus incliné au plus grand des parallels. Et les cercles egalement inclinez au plus grand des parallels, touchent vn mesme parallel: Mais celuy qui est le plus incliné au plus grand des parallels, touche vn plus grand parallel.

Que les grands cercles A B, C B, *touchent vn mesme parallel* A C, *& que le plus grand des parallels soit* D E. *Ie dis que les cercles* A B, C B, *sont egalement inclinez au cercle* D E. *Car le pole des parallels soit* F, *par lequel & par les attouchemens* A *&* C, *soient descrits par la 20. p. 1. les grands cercles* F A D, F C E, *lesquels par la 5. p. 2. passeront par les poles des cercles* A B, C B; *& partant les coupperont à angles droicts, par la 15. p. 1. Parquoy les arcs* A F, C F, *mesureront la hauteur de* F *pole du cercle* D E *au dessus des cercles* AB, CB; *& partãt puis que par la 28. p. 3. d'Eucl. les arcs* A F, C F, *sont egaux, (à cause que les lignes droictes subtenduës* F A, F C, *sont egales par la def. du pole.) le cercle* D E *sera egalement incliné aux cercles* A B, C B, *par la 21. p. 2. & reciproquement ceux-cy seront egalement inclinez à celuy-là.*



Maintenant que le grand cercle G H, *touche vn plus grand parallel* G I. *Ie dis que l'inclination du cercle* G H *au plus grand des parallels* D E, *est plus grande que celle du cercle* A B. *Car estant descrit par* F, *& par l'attouchement* G, *vn grand cercle* F G E, *en la mesme maniere qu'il a esté demonstré cy-dessus, il mesurera la hauteur du pole* F *du cercle* D E *par dessus le cercle* G H. *Mais l'arc* F G *est plus grand que l'arc* F A, *pource que le cercle* G I *est posé plus grand que le cercle* A C, *& par consequent plus esloigné du pole* F. *Le cercle* D E *sera donc plus incliné au cercle* G H, *qu'au cercle* A B; *& reciproquement* G H *sera plus incliné à* D E *qu'à* A B.

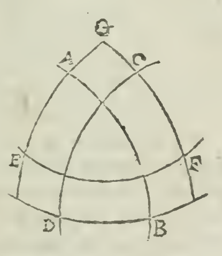
Derechef que les grands cercles AB, CB, *soient egalement inclinez au cercle* D E, *le plus grand des parallels. Ie dis que iceux touchent vn mesme parallel. Car par* F *pole des parallels, & par les poles des cercles* A B, C B, *soient descris par la 20. p. 1. les grands cercles* F A D, F C E, *couppans les cercles* A B, C B, *en* A, C; *& pource qu'ils les couppent à angles droicts par la 15 p. 1. les arcs* F A, F C, *mesureront la hauteur*

de F pole du cercle DE pardessus les cercles AB,CB: Mais par les choses demonstrees au Scholie cy-dessus, les arcs FA, FC, sont egaux, pource que les cercles A B, C B, ont esté posez egalement inclinez au cercle D E; & partant aussi cestuy-cy l'est à ceux-là. Si donc du pole F, & interualle F A ou F C, on descrit le cercle A C, il touchera les cercles AB, CB, par la 3.p.2. à cause que le cercle AC, & les cercles A B, C B, couppent és mesmes poincts A, C, les grands cercles FD, FE, qui passent par les poles d'iceux.

Maintenant que le grand cercle GH, soit le plus incliné au cercle DE. Ie dis qu'iceluy touche vn plus grand parallel. Car estant descrit par F pole des parallels, & par le pole du cercle GH, vn grand cercle FG, qui par la 15.p.1. couppera le cercle GH à angles droicts, c'est à sçauoir au poinct G; derechef l'arc FG mesurera la hauteur du pole F du cercle DE, pardessus le cercle GH. Mais FG est plus grand que FA, pource que le cercle GH a esté posé plus incliné que A B. Donc le cercle descrit du pole F, & de l'interualle F G sera plus grand que le cercle descrit du mesme pole, & interualle F A Veu donc que A B, AC, s'entretouchent en A, & G H, G I, s'entretouchent aussi en G, appert ce qui a esté proposé.

II.

Les grands cercles egalement inclinez au plus grand des parallels, ont les poles en la circonference d'vn mesme parallel. Et les grands cercles qui ont les poles en la circonference d'vn mesme parallel, sont egalement inclinez au plus grand des parallels.



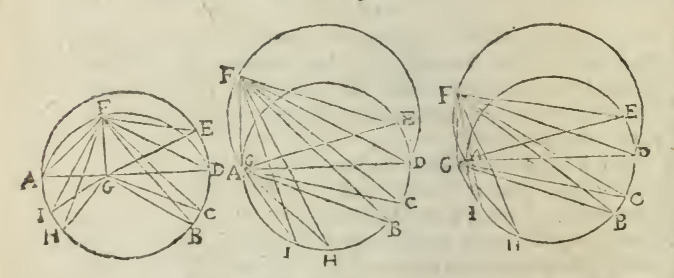
Que les grands cercles A B, C D, desquels les poles sont E, F, soient egalement inclinez à D B le plus grand des parallels. Ie dis qu'iceux poles E, F, sont en vn mesme parallel. Car estans descris par G poles des parallels, & par E, F, poles des cercles AB, CD, les grands cercles G E, G F, qui par la 15.p.1 seront à angles droicts aux cercles A B, C D; les arcs EG, FG, seront les distances des poles E, F, au pole G: Mais ils sont egaux, pource que les cercles A B, CD, ont esté posez egalement inclinez au cercle DB. Donc le cercle EF, descrit du pole G, & interualle GE ou G F, est parallel au cercle D B par la 2.p.2. auquel parallel EF, les cercles AB, CD, ont les poles E F.

Mais maintenant que les grands cercles AB, CD, ayent leurs poles E, F, au parallel EF. Ie dis qu'ils sont egalement inclinez à DB le plus

grand des parallels. Car par la def. du pole les lignes droictes GE, GF, *seront egales, & partant par la 28.p.3.d'Eucl. les arcs* EG, FG, *seront pareillement egaux. Veu donc que les mesmes arcs sont les distances des poles* E, F, *à* G *pole des parallels, les cercles* AB, CD, *seront egalement inclinez à* DB *le plus grand des parallels.*

III.

Si sur le diametre d'vn cercle, est constitué à angles droicts vn segment de cercle; & que la circonference du segment insistant soit diuisee en deux parties inegales, & du poinct de la section tombent plusieurs lignes droictes à la circonference du premier cercle; la ligne droicte subtendant la moindre partie du segment insistant, sera la plus petite de toutes: mais celle qui subtend la plus grande, sera la plus grande de toutes: Et des autres, la plus prochaine de la plus grande est tousiours plus grande, qu'vne plus esloignée: & la plus prochaine de la plus petite est tousiours moindre que la plus esloignée. Mais deux lignes droictes egales tombent d'vn mesme poinct en la circonference du cercle, estans egalement distantes de la plus grande.



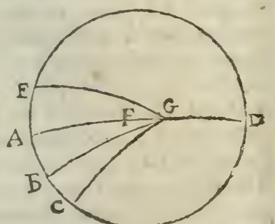
Sur le diametre A D *du cercle* A B C D E, *soit constitué à angles droicts le segment de cercle* A F D, *la circonference duquel soit couppée inegalement en* F, *& que la partie* A F *soit la moindre, &* D F *la plus grande; & que de* F *tombent plusieurs lignes droictes* F A, F I, F H, F B, F C, F D, F E. *Ie dis que* F A *est la plus petite de toutes; mais* F D *la plus grande: Et que* F C *est plus grande que* F B, *&c. Et* F I *moindre que* F H, *&c. Finablement que les deux* F E, F C, *sont egales, si elles sont egalement distantes de la plus grande* F D, *c'est à dire si les arcs* D E, D G, *sont egaux. Car par la 11.p.11.d'Eucl. soit tirée de* F, *au plan du cercle* ABCDE, *la perpendiculaire* F G, *qui par la 38.p.11.d'Eucl. tombera en* A D *commune section; & sera le poinct* G, *ou entre les*

poincts A, D, *comme en la premiere figure, ou le mesme que* A, *comme en la 2 fig. ou hors le cercle au diametre* D A *prolongé, comme en la 3. figure. Or en la premiere figure*, G *ne sera le centre du cercle* A B C D E, *pource que* G F *ne diuise en deux egalement le segment* A F D: *à plus forte raison, és deux posterieures figures*, G *ne sera ledit centre du cercle* ABCDE. *Soient menees les lignes droictes* G I, G H, G B, G C, G E; *& seront droicts tous les angles à* G, *par la 2.d.11. d'Eucl. Et d'autant qu'en la premiere figure, & en la 3. des lignes droictes tombantes de* G *au cercle* ABCDE, *la plus petite est* GA *par la 7. ou 8.p.3. d'Eucl. mais en toutes les figures*, GA *est la plus grande; &* GC *plus grande que* GB; *&* GI *moindre que* GH; *& finablement les deux* GC, GE, *egales, par la 7. ou 15. ou 8.p 3. d'Eucl. Partant en la premiere & 3. figure les deux quarrez des lignes droictes* A G, G F, *seront moindres que les deux quarrez des lignes droictes* I G, G F: *ausquels estans egaux par la 47.p.1 d'Eucl. les quarrez des lignes droictes* F A, F I; *le quarré de* F A *sera pareillement moindre que le quarré de* F I; *& par consequent la ligne droicte* F A, *moindre que la ligne droicte* F I. *En la mesme maniere nous demonstrerons que* F A, *és mesmes figures, est moindre que* F H, *&c. Mais en la seconde figure, que* F A *par la 19.p.d'Eucl. est aussi moindre que* F I, *ou* F H, *&c. pource que és triangles* AIF, AHF, (*esquels l'angle* A *est droict, & partant les autres aigus.*) *la ligne droicte* F A, *subtend l'angle aigu* F, *ou* H, *& la ligne droicte* F I *ou* F H, *&c. l'angle droict* A. *Donc* F A *est la plus petite de toutes. Derechef en toutes les figures, les deux quarrez de* G D, F G, *seront plus grands que les deux quarrez de* G C, G F: *ausquels estans egaux les quarrez de* F D, F C; *le quarré de* F D, *sera pareillement plus grand que le quarré de* F C; *& partant la ligne droicte* F D *sera aussi plus grande que* F C. *En la mesme maniere, on demonstrera que la ligne* F D *est plus grande que* F B, *&c. La ligne droicte* F D *est donc la plus grande de toutes. Dauantage en toutes les figures les deux quarrez de* G C, G F, *seront plus grands que les deux quarrez de* G B, G F; *ausquels estans egaux les quarrez de* F C, F B, *le quarré de* F C, *sera pareillement plus grand que le quarré de* F B; *& partant la ligne droicte* F C *sera aussi plus grande que* F B. *Nous demonstrerons en la mesme maniere, que la ligne droicte* F C, *qui est la plus prochaine de la plus grande* F D, *est plus grande que quelconque autre plus esloignee, &c. Derechef en toutes les figures, les deux quarrez de* G I, G F, *seront moindres que les deux quarrez de* G H, G F; *ausquels estans egaux les quarrez de* F I, F H, *le quarré de* F I *sera pareillement moindre que le quarré de* F H; *& partant aussi*

la ligne droicte F I, sera moindre que la ligne droicte F H. Nous demonstrerons en la mesme maniere, que la ligne droicte F I, laquelle est la plus proche de la plus petite F A, est moindre que quelcõque autre plus esloignee, &c. En dernier lieu les deux quarrez de G C, G F, seront egaux aux deux quarrez de G E, G F; ausquels estans egaux les quarrez de F C, F E; les quarrez d'icelles F C, F E, seront pareillement egaux; & partant seront aussi egales les lignes droictes F C, F E. Apert donc ce qui estoit proposé. Or comme il appert par la demonstration, nous disons icelle ligne plus prochaine de la plus grande F D, laquelle tombe au poinct plus proche du poinct D: mais celle-là plus proche de la plus petite F A, qui tombe au poinct plus prochain de A.

IV.

Si en la superficie de la Sphere, dans la periphere de quelque cercle, est marqué vn poinct outre son pole, & que d'iceluy poinct soient tirez à la circonference du cercle plusieurs arcs de grands cercles moindres que le demy cercle; le plus grand est celuy qui est tiré par le pole du cercle, & le moindre celuy qui luy est adiacent: Mais des autres, le plus prochain du plus grand est tousiours plus grand qu'vn plus esloigné: Et deux arcs egalement esloignez du plus grand ou du plus petit, sont egaux entr'eux.



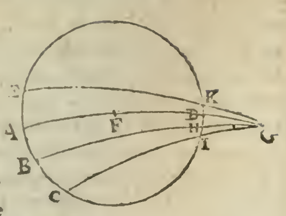
En la Sphere soit le cercle A B C D E, duquel le pole est F, & en la superficie de la Sphere, dedans la Periphere du cercle, outre le pole F, soit marqué quelque poinct G, duquel soient menez à la circonference du cercle A B C D E, plusieurs arcs de grands cercles, desquels G A tiré de part & d'autre passe par le pole F: & l'arc G B soit plus proche de G A, que G C: & les deux G B, G E, soient egalement distans du mesme G A, ou d G D: & que tous ces arcs soient moindres que le demy-cercle: Ce qui sera seulement alors qu'ils ne s'entrecoupperont en autre poinct qu'en G. Car puis que par la 11. p. 1. les grands cercles se couppent mutuellement en deux egalement, les arcs G A, G E. seront moindres que le demy cercle, veu qu'ils ne s'entrecouppent derechef. Par mesme raison les autres arcs tirez de G, seront moindres que le demy-cercle, s'ils ne s'entrecouppent mutuellement. Que si l'vn d'iceux

d'iceux, comme pour exemple l'arc G A, *estoit demy-cercle, tous les autres passeroient par le poinct* A, *& seroient pareillement demy-cercles. Mais si* GA *estoit plus grand que le demy-cercle, tous les autres le coupperoiẽt deuãt qu'ils paruinssent à la circonference, & seroient plus grand que le demy-cercle, comme il apert. D'où rien ne se pourroit colliger. Ie dis que l'arc* G A, *est le plus grand de tous, &* G D *le moindre: mais que* G B *est plus grand que l'arc* G C; *& que les deux* GB, GE. *sont egaux. Car puis que par la 15. p. 1. l'arc* A D *couppe le cercle* ABC *en deux egalement & à angles droicts, la ligne droicte subtenduë* AD, *sera diametre du cercle* ABC, *& sur icelle sera constitué à angle droict le segment de cercle* AGD, *lequel est couppé inegalement en* G, (*car d'autant que par la def. du pole les lignes droictes subtendues* FA, FD, *sont egales, par la 28. p. 3. d'Eucl. les arcs* FA, FD, *seront pareillement egaux; & partant l'arc* AD *sera couppé en* F *en deux egalement; & par consequent inegalement en* G.) *& la plus grande partie est* GA *& la moindre* GD. *Donc des lignes droictes tirées de* G *à la circonference du cercle* ABC, *la plus grande est* G A, *&* GD *la moindre; mais* GB *plus grande que* GC; *&* GB, GE *egales par le precedent Theo. Parquoy veu que les arcs ausquels elles sont subtendues, ont esté posez moindres que le demy-cercle; l'arc* GA *sera aussi le plus grand, &* GD *le moindre; mais* GB *plus grand que* G C, *& les arcs* GB, GE, *egaux.*

V.

Si en la superficie de la Sphere, hors la periphere de quelque cercle, est marqué vn poinct outre son pole, & que d'iceluy soient tirez à la circonference du cercle, plusieurs arcs de grands cercles moindres que le demy-cercle, & couppans la circonference du cercle; le plus grand est celuy qui est tiré par le pole du cercle: mais des autres le plus proche du plus grand est tousiours plus grand qu'vn plus esloigné; & le plus petit est celuy-là qui est hors le cercle entre le poinct & la circonference du cercle: Mais des autres le plus proche du plus petit est tousiours moindre que le plus esloigné: Et deux arcs egalement esloignez du plus grand, ou du moindre, sont egaux entr'eux.

En la Sphere, soit le cercle ABCDE, *duquel le pole est* F, *& que en la superficie de la Sphere hors la periphere du cercle, soit marqué quelque poinct* G, *outre l'autre pole du cercle* ABCDE, *& que d'iceluy poinct* G, *soient tirez plusieurs arcs de grands cercles à la circonference du cercle* ABCDE, *couppans icelle, desquels* G D F A *passe par le pole* F, *& l'arc* GHB *soit plus proche d'iceluy* GDFA, *que* GIC; *& les*



deux arcs GHB, GKE *soient egalement distans du mesme* GDFA, *ou de* GD; *& que tous ces arcs soient moindres que le demy-cercle : Ce qui sera seulemẽt, lors qu'ils ne s'ẽtrecoupperont en vn autre poinct que* G, *tout ainsi qu'il a esté demonstré au precedent Theo. Ie dis que l'arc* GA *est le plus grand de tous; &* GB *plus grand que* GC; *mais que* GD *est le plus petit; &* GH *moindre que* GI; *finablement que les deux arcs* GB, GE: *Item* GH, GK, *sont egaux. Car d'autant que par la* 15. *p.* 1. *l'arc* GA, *couppe le cercle* ABCDE *en deux egalement, & à angles droicts; la ligne droicte subtendue* AD *sera diametre du cercle* ABCDE, *& sur icelle constitué à angle droict vn segment de cercle* DG, *lequel prenant le commencement à* D *est tiré par* G *iusques à ce que derechef il couppe le cercle* ABCDE *en l'autre poinct* A; *la circonference duquel ne sera couppé en deux egalement en* G, *(comme il a esté demonstré au precedant Theo.) & la plus grande partie est depuis le poinct* G *iusques à* A, *puis qu'en icelle est l'autre pole, (autrement l'arc* GDA *seroit tiré par l'vn & l'autre pole.) & la moindre est* DG. *Donc par le* 3. *Theor. cy-dessus, des lignes droictes tirées de* G *à la circonference du cercle* ABCDE, *la plus grande est* GA, *& la moindre* GD; *mais* GB *est plus grande que* GC; *&* GB, GE, *sont egales: Item* GH *est moindre que* GI; *&* GH, GK *egales. Parquoy veu qu'elles subtendent arcs moindres que le demy-cercle, par l'hypotese; pareillement l'arc* GA *sera le plus grand de tous &* GD, *le moindre; &* GB *plus grand que* GC; *&* GH *moindre que* GI; *& finablement* GB, GE; *&* GH, GK, *seront egaux entr'eux.*

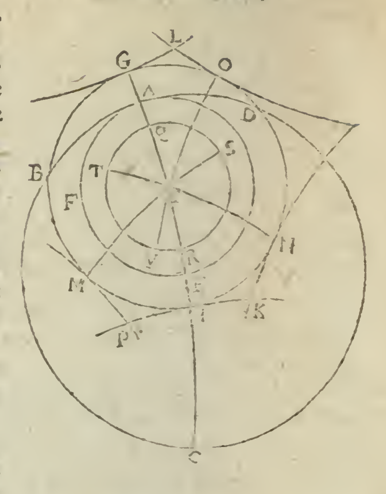
Theor. 20. Prop. 22.

Si en la Sphere, vn grand cercle touche vn cercle, & en couppe vn autre parallel à iceluy, posé entre le centre de la Sphere & ce cercle là lequel le grand cercle touche, & que le pole du grand cercle soit entre l'vn & l'autre des parallels, & soient descris des grands cercles tou-

chans le plus grand des deux parallels : tous ces cercles seront inclinez au grand cercle ; & le plus droict d'iceux sera celuy-là duquel l'attouchement sera en ce poinct là auquel le plus grand segment est diuisé en deux egalement ; & le plus abbaissé & incliné de tous, sera celuy duquel l'attouchement sera en ce poinct là auquel le moindre segment est diuisé en deux egalement : Mais des autres, ceux qui sont egalement distans de l'vn ou l'autre d'iceux poincts esquels les segmens sont couppez en deux egalement, sont semblablement inclinez : & celuy qui a l'attouchement plus esloigné du poinct auquel le plus grand segment est couppé en deux egalement, est tousiours plus incliné que celuy qui a l'attouchement plus pres du mesme poinct : finablement les poles des grands cercles seront en vn seul cercle, lequel sera aussi moindre qu'iceluy cercle lequel le grand cercle touche au commencement, & sera parallel au mesme.

En la Sphere, que le grand cercle A B C D, duquel le pole est E, touche le cercle A F, & en couppe vn autre G B H D parallel à iceluy, posé entre le centre de la Sphere & le cercle A F, tellement que le cercle G B H D est plus grand que A F, & E pole du grand cercle A B C D, soit entre l'vn & l'autre cercle A F, G B H D. Et d'autant que le grand cercle ABCD, couppe le cercle G B H D inegalement; (car il ne passe par les poles d'iceluy, c'est à dire par les poles des parallels) le segment B H D, vers le pole apparant, qui est I, sera plus grand que le demy-cercle, & B G D

moindre par la 19. p.2. Soit tiré par E pole du cercle A B C D, & par I pole des parallels, le grãd cercle G A C, qui couppera en deux egalement les segmens B G D, B H D, par la 9.p.2.& soient les poincts M, N, egalement distans de H, & O plus distant de H que N. Mais que par la 14. p. 2. les grands cercles GL, HK, MP, NK, OL, touchent le cercle parallel GBHD, és



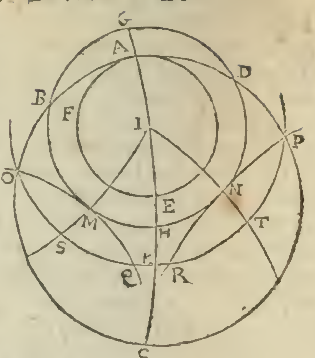
poincts G, H, M, N, O; tous lesquels cercles seront inclinez au grãd cercle A B C D, puis qu'ils ne passent pas par E pole d'iceluy. Car veu que le pole E est posé entre les parallels A F, G B H D, les cercles touchãs le cercle G B H D, ne pourrõt passer par E, autremẽt ils coupperõt iceluy, veu que l'autre pole par lequel ils passent aussi necessairement par le corol. du 1 Theo. du Sch. de la 10 p.1. est dehors les susdicts parallels, comme apert. Ie dis que le cercle H K est le plus droict, c'est à dire le moins incliné; mais que le plus abbaissé, c'est à dire le plus incliné est G L; & que M P, N K, sont semblablement inclinez; & que O L l'est plus que N K: finablement que les poles d'iceux cercles touchans, sont en vn seul & mesme parallel, qui est moindre que A F. Car d'autant que E est pole du cercle A B C D, par le corol. de la 16 p.1. E A sera quadrant d'vn grand cercle: soit pris l'arc HQ egal à iceluy quadrant; & le poinct Q sera entre les poincts A & I, puis que l'arc H A est plus grand que le quadrant E A, & HI moindre que le quadrant, à cause que l'arc estendu du pole I, par H iusques au plus grand des parallels, est quadrant par le mesme corol. de la 16. p.1. Si donc du pole I, & interualle IQ, on descrit le cercle Q T R, par la 2. p.2. il sera parallel à

A F, & moindre qu'iceluy. Ie dis donc qu'en ce parallel Q T R, sont les poles de tous les cercles touchans le parallel G B H D. Car par le pole I, & poincts d'attouchemens soient descris par la 20 p. 1 les grands cercles M I S, N I T, O I V, qui passeront pareillement par les poles des touchans par la 5. p. 2. Et d'autant que par la 28. p. 3. d'Eucl. les arcs H I, M I, N I, O I, G I, sont egaux, pource que par la def. du pole, lignes droictes egales subtendent iceux arcs, & que par mesme raison les arcs I Q, I S, I T, I V, I R, sont aussi egaux; les arcs totals H Q, M S, N T, O V, G R, seront egaux; & partant puis que H Q est quadrant, tous ceux-là seront aussi quadrans. Parquoy veu qu'il a esté demonstré qu'ils passent par les poles des touchans; les poincts Q, S, T, V, R, seront les poles des cercles touchans, tous lesquels sont au parallel Q T R. Or maintenant pource que les arcs de grands cercles, tirés de E pole du grand cercle A B C D à Q, S, T, V, R, poles des cercles touchans, mesurent les distances du pole E aux poles des touchãs, & que par le 5. Theor. demõstré au Scholie de la precedente, le plus grãd de tous est E Q, & le moindre E R; mais ES ET, egaux; & finablemẽt E T plus grand que E V, pource que tous ces arcs sont moindres que le demy-cercle; (car E Q est moindre que le quadrant E A, & partant les autres ne coupperont iceluy hors le poinct Q, & par consequent seront moindres que le demy-cercle.) par le Scholie precedent le cercle H K sera le moins incliné au grand cercle A B C D, & G L le plus; & M P, N K egalement, ou semblablement; & O L plus que N K. Parquoy si en la Sphere vn grand cercle &c. Ce qu'il faloit prouuer.

Theor. 21. Prop. 23.

Les mesmes choses estans posées, si les circonferences des cercles touchans, des attouchemens aux nœuds, sont egales; les susdicts grands cercles seront semblablement inclinez.

Derechef en la Sphere, que le grand cercle A B C D, duquel le pole est E, touche le cercle A F, & en couppe vn autre G B H D parallel à iceluy, posé entre le centre de la Sphere & le cercle A F, tellement que G B H D soit plus



grand que A F, & E pole du grand cercle A B C D, entre l'vn & l'autre cercle A F, G B H D : En apres que les grands cercles M O, N P, touchent és poincts M, N, le cercle G B H D, couppans A B C D és nœuds O, P; & que les arcs M O, N P, ſoient egaux. Ie dis que les cercles M O, N P, ſont ſemblablement inclinez au grand cercle A B C D.

Car par E pole du cercle A B C D, & I pole des parallels, ſoit tiré vn grand cercle G A C : Item par I pole des parallels, & par les poincts des attouchemens, les grands cercles I M, I N, leſquels par la 5. p. 2. paſſeront pareillement par les poles des cercles touchans ; & partant coupperont iceux à angles droicts par la 15. p. 1. Donc puis que les egaux ſegmens de cercles, ſçauoir eſt, les demy-cercles qui tendent de M & N par I, iuſques à ce que derechef ils couppent les cercles touchans M O, N P, inſiſtent à angles droicts ſur les diametres des cercles M O, N P, (car la commune ſection des grands cercles I M, M O, eſt le diametre de l'vn & l'autre, puis que par la 11. p. 1. ils s'entrecouppent en deux egalement.) & ſe diuiſent inegalement en I, pource que I pole des parallels n'eſt le pole des touchans, & que les arcs M O, N P, ſont poſez egaux ; par la 12. p. 2. les lignes droictes I O, I P, ſeront egales. Si donc du pole I & interualle I O, on deſcrit vn parallel O K, il paſſera auſſi par P. Et pource que le grand cercle I M, paſſant par les poles des cercles M O, O Q, s'entrecouppans en O, Q, couppe en deux egalement les ſegmens d'iceux; par la 9. p. 2. les arcs M O, M Q, & S O, S Q, ſeront egaux. Par meſme raiſon ſeront egaux les arcs N P, N R, & T P, T R : Item K O, K P, & C O, C P, à cauſe que le grand cercle I K C, paſſant par les poles des cercles O K P, O C P, couppe en deux egalement les ſegmens d'iceux en K & C. Veu donc que les arcs M O, N P, ſont poſez egaux; leurs doubles O M Q, P N R, ſeront auſſi egaux; & par la 29. p. 3. d'Eucl. les lignes droictes ſubtenduës O Q, P R, ſeront auſſi

egales: Dõnc aussi seront egaux les arcs OSQ, PTR; & par consequent seront pareillement egaux leurs moities O S, PT. Mais les touts KO, KP, ont aussi esté demonstrez egaux; les restes K S, K T, seront donc egaux; & partant, veu qu'ils sont d'vn mesme cercle, ils seront semblables entr'eux. Et pource que par la 10. p. 2. aux arcs K S, K T, sont semblables les arcs H M, HN; iceux arcs HM, H N, seront pareillement egaux. Parquoy veu que par la 9. p. 2. le segment B H D, est couppé en deux egalement en H, & que les arcs H M, HN, sont egaux; par la 22. p. 2. les cercles M O, N P, seront semblablement inclinez au cercle A B C D. Ce qu'il faloit prouuer.

Fin du second liure des Spheriques de Theodose.

TROISIE'ME LIVRE
DES SPHERIQVES DE THEODOSE.

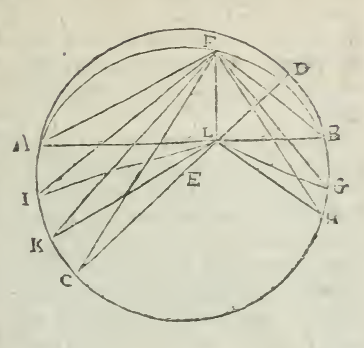
Theor. 1. Prop. 1.

Si vne ligne droicte couppe vn cercle en deux parties inegales, sur laquelle soit constitué à angles droicts vn segment de cercle, lequel ne soit plus grand que le demy-cercle, & que la circonference du segment insistant soit diuisée en deux parties inegales: La ligne droicte subtendant la moindre d'icelles, est la plus petite des lignes droictes tirees du mesme poinct à la plus grande partie de la circonference du premier cercle: Mais des lignes droictes tirees d'iceluy poinct à la circonference intercepte

entre ceste plus petite ligne droicte là, & le diametre auquel tombe la perpendiculaire tirée de ce poinct là, tousiours la plus proche de la plus petite est moindre que la plus esloignée: Et la plus grande de toutes, est celle qui est tirée de ce mesme poinct là à l'extremité du mesme diametre: Item la ligne soubtendant la plus grande circonference du segment insistant, est la plus petite de celles qui tombent en la circonference intercepte entre icelle & le diametre, & tousiours la plus proche d'icelle est moindre que la plus esloignée: Mais si la ligne droicte couppant le cercle d'au-dessoubs est diametre d'iceluy, & toutes les autres choses sont les mesmes que dessus; la ligne droicte soubtendant la moindre partie de la circonference du segment insistant, est la plus petite dés lignes droictes tirees de ce mesme poinct là, à la circonference du premier cercle; & celle qui soubtend la plus grande partie de la circonference du segment insistant, est la plus grande.

Que la ligne droicte A B couppe le cercle A C B D, duquel le centre est E, en parties inegales, la plus grande desquelles soit A C B; & que sur icelle AB insiste à angle droict le segment de cercle AFB, non plus grand que le demy-cercle, duquel la circõference soit diuisée en deux parties inegales en F, & la moindre partie soit B F: de F soit tirée par la 11.p.11. d'Eucl. au cercle ACBD, la perpendiculaire F L, laquelle tombera en A B cõmune sectiõ par la 38.p.11. d'Eucl. Or par E & L, soit mené le diametre CD, & que de F tõbent

en la circonference A C B du plus grand segment du cercle A C B D, plusieurs lignes droictes F B, F G, F H, F C, F A, F I, F K. Ie dis que la plus petite de toutes est F B, & que F G est moindre que F H; mais que la plus grãde de toutes est F C: Item que F A est la plus petite de toutes celles qui tombent de F en la portion A C, & que F I est moindre que F K.



Soient tirées de L, les lignes droictes L G, L H, L I, L K, & tous les angles, lesquels la ligne droicte F L faict à L, seront droicts. Donc puis que par la 7. p 3. d'Eucl. la ligne droicte L D est la plus petite de toutes celles tombant de L, & que LB est moindre que LG, LH, LC, LK, LI, LA; les quarrez de FL, L B, sont moindres que les quarrez de FL, LG : Mais par la 47. p. 1. d'Eucl. le quarré de F B est egal aux quarrez de F L, L B, & le quarré de F G, aux quarrez de F L, L G. Donc aussi le quarré de F B sera moindre que le quarré de F G; & partant la ligne droicte F B, moindre que la ligne droicte FG. Nous demonstrerons en la mesme maniere que la ligne droicte F B est moindre que F H, F C, F K, F I, F A. Parquoy F B est la plus petite de toutes.

Derechef, puis que par la 7. p. 3. d'Eucl. L G est moindre que L H, les quarrez de F L, L G, seront moindres que les quarrez de FL, LH : Mais par la 47. p. 1. d'Eucl. le quarré de F G est egal aux quarrez de F L, L G, & le quarré de F H aux quarrez de F L, L H. Donc aussi le quarré de F G sera moindre que le quarré de F H; & partant la ligne droicte F G moindre que la ligne droicte F H.

Dauantage, pource que L C est la plus grande de toutes les tombantes de L; les quarrez de F L, L C, seront plus grands que les quarrez de FL, LK: Mais le quarré de F C est egal aux quarrez de F L, L C, & le quarré de F K, aux quarrez de F L, L K. Donc aussi le quarré de F C sera plus grand que le

quarré de F K ; & par consequent la ligne droicte F C, plus grande que la ligne droicte F K. Nous demonstrerons en la mesme maniere, que la ligne droicte F C, est plus grande que F I, & F A. Donc la ligne droicte F C est la plus grande de toutes.

Item, d'autant que par la 7.p.3. d'Eucl. L A est moindre que LI, LK, LC; les quarrez de FL, LA, seront moindres que les quarrez de FL, LI: Mais par la 47.p.1. d'Eucl. le quarré de F A, est egal aux quarrez de F L, L A, & le quarré de F I, aux quarrez de FL, LI. Donc aussi le quarré de F A, sera moindre que le quarré de F I ; & par consequent la ligne droicte F A, moindre que la ligne droicte FI. On demonstrera par mesme raison que la ligne F A est moindre que FK, F C. Donc F A est la moindre de toutes les lignes droictes tombant de F en l'arc A C.

Finablement, pource que LI est moindre que LK; les quarrez de F L, LI, seront moindres que les quarrez de F L, L K. Mais le quarré de F I est egal aux quarrez de F L, L I, & le quarré de FK, aux quarrez de FL, LK. Donc aussi le quarré de FI, sera moindre que le quarré de FK; & par consequent la ligne droicte FI, moindre que la ligne FK.

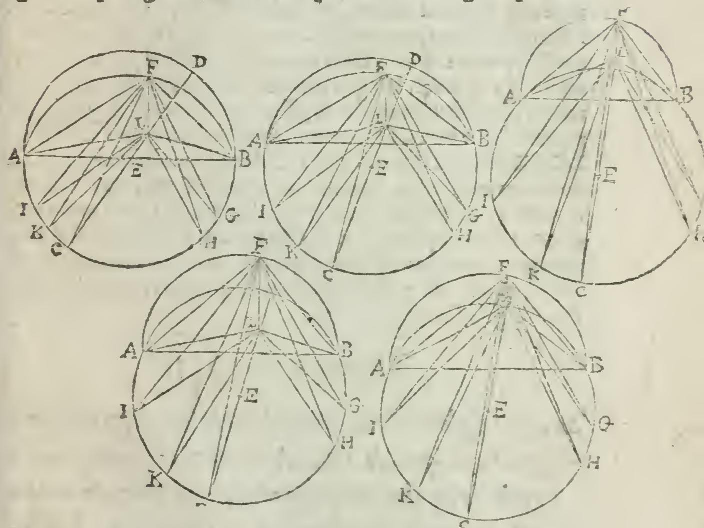
Que si la ligne droicte AB, couppe en deux egalement le cercle A C B D, tellement qu'elle soit diametre d'iceluy, il a desia esté demonstré au 3. Theo. du Scholie de la 21.p.2. que la ligne droicte F B est la plus petite, & F A la plus grande. Parquoy il n'est necessaire de demonstrer encore le mesme en ce lieu. Si donc vne ligne droicte couppe vn cercle en parties inegales &c. Ce qu'il faloit demonstrer.

Theor. 2. Prop. 2.

Si vne ligne droicte couppant vn cercle oste vn segment qui ne soit moindre que le demy-cercle, & que sur icelle ligne soit constitué vn autre segment de cercle, lequel ne soit aussi plus grand que le demy-cercle, & soit incliné à l'autre segment lequel n'est plus grand que le demy-cercle, & que la circonference du segment

insistant soit diuisé en parties inegales: La ligne droicte soubtendant la moindre partie de la circonference, est la plus petite de toutes les lignes droictes tirées de ce mesme poinct là, duquel icelle est tirée à la circonference du cercle d'au-dessoubs, laquelle n'est moindre que le demy-cercle; & toutes les autres choses dictes en la precedente s'ensuiuent.

Que la ligne droicte AB oste du cercle ACBD, duquel le centre est E, le segment ACB, non moindre que le demy cercle, mais ou egal au demy-cercle, comme en la premiere figure, ou plus grand, comme és quatres autres fig. & que sur



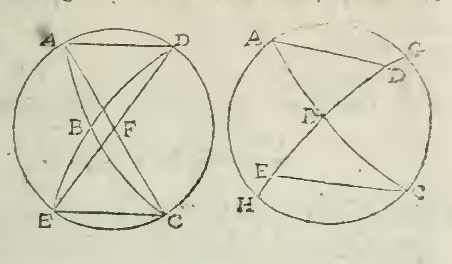
icelle AB, soit constitué vn autre segment de cercle AFB, non plus grand que le demy-cercle, mais ou egal au demy-cercle, comme és trois dernieres figures, ou moindre, comme és deux premieres fig. & incliné à l'autre segment ADB,

lequel n'eſt plus grand que le demy-cercle, puis que A C B eſt poſé, ou egal au demy-cercle, ou plus grand: Soit pareillement diuiſee la circonference A F B inegalement en F; & que F B ſoit la moindre partie: & de F ſoit tirée au plan du cercle A C B D, la perpendiculaire F L, laquelle tombera vers le ſegment A D B, à cauſe que le ſegment A F B, eſt incliné à iceluy ſegment A D B, tellement que le poinct L, eſt ou dedans ledit ſegment A D B, ou dehors, ou en la circonference d'iceluy; & par iceluy poinct L, & centre E, ſoit tiré le diametre C D; & finablement que de F tombent en la circonference A C B, pluſieurs lignes droictes F B, F G, &c. Ie dis que la plus petite de toutes eſt F B; & que F G eſt moindre que F H; mais que la plus grande de toutes eſt F C: Item que F A eſt la plus petite de toutes celles qui tombent de F en la circonference A C; & que F I eſt moindre que F K. De L ſoient tirées les lignes droictes L B, L G, L H, L A, L I, L K; & tous les angles que la perpendiculaire F L. faict au poinct L, ſeront droicts par la 2. d 11. d'Eucl. D'autant donc que par la 7. ou 8. ou 15. p. 3. d'Eucl. la ligne droicte L D eſt la plus petite de toutes; (ceſte ligne cy n'eſt point du tout en la figure où le poinct L tombe en D.) & que L B eſt moindre que L G, L H, L C, L K, L I, L A; & que L C eſt la plus grande de toutes, &c. nous demonſtrerons comme en la precedente, que la ligne droicte F B eſt la plus petite de toutes; & que F G eſt moindre que F H: Item que F C eſt la plus grande de toutes, & F A la moindre de toutes les tombantes de F en la circonference A C; & que F I eſt moindre que F K. Si donc vne ligne droicte &c. Ce qu'il faloit prouuer.

Theor. 3. Prop. 3.

Si en la Sphere deux grands cercles s'entrecouppent, & que de l'vn & l'autre d'iceux ſoient prinſes egales circonferences de part & d'autre du poinct auquel ils ſe couppent: Les lignes droictes leſquelles cõioignent les poincts extremes des circonferences vers meſmes parties, ſont egales entr'elles.

En la Sphere, que les deux grãds cercles ABC, DBE, s'entrecouppét en B, & qu'en chacun d'iceux de part & d'autre du point B, ſoient pris les arcs egaux BA, BC; & BD, BE; & tiré les lignes droictes AD, CE. Ie dis qu'icelles AD, CE, ſont egales entr'elles. Car du pole B & interualle BA, ſoit deſcrit vn cercle, qui paſſera auſſi par C, à cauſe de l'egalité des arcs BA, BC. Donc ou le meſme cercle paſſe auſſi par D; & partant auſſi par E, à cauſe de l'egalité des arcs BD, BE, ou non. Qu'il paſſe premierement par D & E, comme en la premiere figure, & que les communes ſections des grands cercles, & du cercle ADCE, ſoient les lignes droictes AC, DE. Et d'autant que les grands cercles ABC, DBE, paſſans par B pole du cercle ADCE, couppent iceluy en deux egalement par la 15.p.1. AC, DE, ſeront diametres du cercle ADCE, & F le centre; & partant les lignes droictes FA, FD, egales aux lignes droictes FC, FE. Veu donc que par la 15 p.1. d'Eucl. elles comprenent angles egaux au ſommet F; par la 4.p.1. d'Eucl. les lignes droictes AD, CE, ſeront egales.



Mais maintenant, que le cercle deſcrit de B à l'interualle BA, ne paſſe par D, mais outre iceluy; & partant auſſi outre le poinct E. Soient prolongez les arcs BD, BE à G, H. Veu donc que par la 28.p.3. d'Eucl. les arcs BG, BH, ſont egaux, pource que par la def. du pole, les lignes droictes ſubtenduës BG, BH, ſont egales: Mais que par l'hypoteſe BD, BE, ſont auſſi egaux; les reſtes DG, EH, ſeront auſſi egaux. Et d'autant que les lignes droictes tirées AG, CH, ſont egales, comme il a eſté demonſtré en la premiere partie cy-deſſus, par la 28.p.3. d'Eucl. les arcs AG, CH, ſeront egaux. Donc puis que le grand cercle GBH tiré par le pole B, couppe le cercle AGCH en deux egalement, & à angles droicts; le ſegment GH inſiſte à angle droict ſur le diametre du cercle

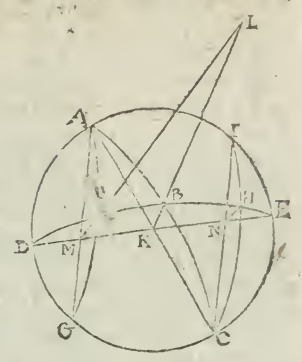
A G C H. Veu donc que les arcs D G, E H, sont egaux, & moindres que moitié de l'arc GDH; & que les arcs GA, HC, ont aussi esté demonstrez egaux; les lignes droictes D A, E C, seront egales entr'elles par la 12 p.2. Si donc en la Sphere deux grands cercles &c. Ce qu'il faloit prouuer.

Theor.4. Prop.4.

Si en la Sphere deux grands cercles s'entrecouppent, & que de l'vn & l'autre d'iceux, soient prises egales circonferences de part & d'autre du poinct auquel ils s'entrecouppent, & que par les poincts terminans les egales circonferences soient tirez deux plans parallels, l'vn desquels conuienne auec la commune section d'iceux cercles hors la Sphere vers le poinct susdict; mais que l'vne d'icelles egales circonferences, soit plus grande que l'vne ou l'autre des circonferences interceptes en l'autre grād cercle entre le susdict poinct, & l'vn & l'autre des plans parallels: La circonference qui est entre iceluy poinct & le plan lequel ne conuient auec la commune section d'iceux cercles, est plus grande que la circonference du mesme cercle, qui est entre le mesme poinct & le plan lequel ne conuient auec la commune section des cercles.

Qu'en la Sphere, deux grands cercles A B C, D B E, s'entrecouppent en B, & qu'en A B C soient pris les arcs egaux B A, B C; & par les poincts A, C, soient tirés deux plans parallels faisans en la superficie de la Sphere les circonferences de cercles A F G, C H I, lesquelles couppent la circonference

D B E és poincts F,H; mais que l'arc B A ou B C, soit plus grande que l'vne ou l'autre des circonferences B F, B H, interceptes entre le poinct B, & les plans parallels: par apres que du pole B, & interualle B A, ou B C, soit descrit le cercle A D C E, qui passera par les poincts F, H, à cause que les arcs B F, B H, sont posez moindres que les arcs B A, B C. Soiét produis les arcs B F, B H, iusques à la circonference du cercle ADCE, aux poincts D, E; & les communes sections du cercle ADCE, & des cercles A F G, C H I, soient les lignes droictes A G, C I; mais les communes sections des grands cercles, & du cercle ADCE, soient les lignes droictes AC, DE, lesquelles seront diametres d'iceluy: & partant K le centre du mesme, puis que par la 15. p. 1. les grands cercles couppent iceluy en deux egalement par le pole B: Mais que la ligne droicte DE, couppe les lignes droictes A G, C I, en M, N: pareillement que la commune section des grands cerles soit la ligne droicte K B, auec laquelle prolongée vers B, conuienne le plan A F G produit hors la Sphere au poinct L. Ce qu'estant ainsi posé, l'autre plan C H I ne conuiendra auec la ligne droicte K B, vers les parties de B, puis qu'il ne conuient au plan A F G, qui luy est parallel. Ie dis que l'arc B H est plus grand que l'arc B F. Car les lignes droictes F M, H N, soient communes sections du cercle D B E, & des cercles A F G, C H I. Et d'autant que le plan A F G produit conuient auec la ligne droicte K B produite en L; le poinct L sera tant au plan D B E, qu'au plan A F G; & partant en la commune section d'iceux, sçauoir est en la ligne droicte M F. Estant donc prolongee M F, elle se ioindra auec K B prolongee en L. Mais pource que le plan D B E couppe les plans parallels A F G, C H I; par la 16. p. 11. d'Eucl. les communes sections M F, N H, seront paralleles. Derechef, d'autant que le plan A D C E, couppe les mesmes plans parallels; aussi les communes sections faictes A G, C I, seront paralleles: Et par la 29. p. 1.

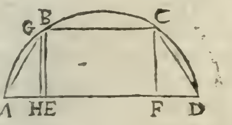


d'Eucl. les angles alternes K A M, K C N, sont egaux: Mais par la 15. p. 1. d'Eucl. les angles AKM, CKN, sont aussi egaux; & les costez KA, KC, pareillement egaux, veu qu'ils sont semi-diametres du cercle ADCE. Donc par la 26. p. 1. d'Eucl. les costez K M, K N, seront aussi egaux: mais les semi-diametres K D, K E, sont aussi egaux. Donc les lignes droictes restantes D M, E N, seront egales. Derechef, pource que la ligne droicte BK, tirée de B pole du cercle ADCE à K centre du mesme, est perpendiculaire au plan du cercle par le 2. Theo. de la 8. p. 1. l'angle M K L au triangle K L M sera droict. Donc l'angle K M L sera aigu: Et puis que par la 29. p. 1. d'Eucl. les deux angles F M N, H N M, sont egaux à deux droicts; l'angle HNM sera obtus. Parquoy, comme nous demonstrerons au Lemme suiuant, l'arc E H sera moindre que l'arc DF; & partant veu que les arcs B D, B E, sont egaux par la 28. p. 3. d'Eucl. pource que les lignes droictes subtendues BD, B E, sont egales par la def. du pole; l'arc BH sera plus grand que l'arc B F. Si donc en la Sphere deux grands cercles &c. Ce qu'il faloit prouuer.

LEMME.

Or que l'arc EH soit moindre que l'arc DF, nous le demonstrerons facilement, estant premierement demonstré ce Theoreme.

Si à vn arc de cercle est soubtendue vne ligne droicte, à laquelle de l'arc soient menees deux perpendiculaires, ostãs vers les termes de l'arc deux arcs egaux; elles osteront aussi de la ligne droicte soubtendue deux lignes droictes egales. Et si les deux perpendiculaires tirées à la ligne droicte subtendue, ostent deux lignes droictes egales; elles osteront aussi deux arcs egaux.



A l'arc de cercle ABCD, soit subtendue la ligne droicte A D, à laquelle de l'arc soient tirées deux perpendiculaires BE, CF, ostans deux arcs egaux A B, D C. Ie dis qu'icelles perpendiculaires ostent de la subtendue A D egales lignes droictes AE, DF. Car estant tirée la ligne droicte BC; il est manifeste qu'elle sera parallele à AD, les perpendiculaires BE, CF, estans paralleles par la 28. p. 1. d'Eucl. Parquoy le quadrilatere BCFE est parallelogramme: & partant les lignes droictes BE, CF, sont egales, par la 34. p. 1. d'Eucl. Et d'autant qu'à arcs egaux AB, DC, sont subtendues lignes droictes egales AB, DC, par la 29. p. 3. d'Eucl. les quarrez d'i-

celles AB,DC, seront egaux. Veu donc que par la 47. p. 1. d'Eucl. tant celuy-là est egal aux quarrez de AF, EB, que cestuy-cy aux quarrez de DF, FC; si on oste les egaux quarrez des lignes BE, CF, resteront egaux les quarrez des lignes AE, DF; & partant seront egales les lignes droictes AE, DF.

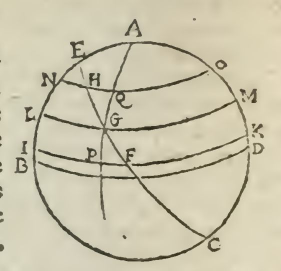
Or que maintenant les perpendiculaires BE, CF, ostent de la soubtendue AD, les lignes droictes egales AE, DF. Ie dis qu'elles ostent aussi arcs egaux AB, DC. Car s'ils ne sont egaux, soit (si faire se peut) AB le plus grand, duquel soit couppé l'arc AG egal à DC, & de G soit tirée sur AD la perpendiculaire GH. Donc comme il a esté demonstré cy-dessus, la ligne droicte AH sera egale à la ligne DF; & partant aussi à AE, la partie au tout. Ce qui est absurde. L'arc AB n'est donc pas plus grand que l'arc DC; & par mesme raison il ne sera pas moindre. Il luy est donc egal.

Par ces choses, il apert que l'arc HE, en la figure de la prop. est moindre que l'arc DF. Car puis que l'angle FMK est aigu, & HNK obtus, si de M, N, estoient tirées des perpendiculaires à DE, icelles tomberoient és arcs DF, BH, & osteroient arcs egaux, comme il a esté demonstré au Lemme cy-dessus. Parquoy l'arc HE est moindre que l'arc DF.

Theor. 5. Prop. 5.

Si en la circonference d'vn grand cercle, est le pole des parallels, & qu'iceluy grand cercle soit couppé à angles droicts par deux autres grãds cercles, l'vn desquels soit l'vn des parallels, mais l'autre soit oblique aux parallels; & que de ce cercle oblique soient prises d'ordre à vne mesme partie du plus grand des parallels, egales circonferences, & que par les poincts terminans icelles egales circonferences, soient descris des cercles parallels: les circonferences d'iceluy grand cercle premierement posé, interceptes entre les parallels, seront egales, & tousiours celle qui sera plus proche du grand

parallel, sera plus grande que la plus esloignée.



En la circonference du grand cercle A B C D, soit A pole des parallels, & qu'iceluy soit couppé à angles droicts par les deux grands cercles B D, E C, desquels B D est le grand parallel, & E C oblique aux parallels; & par les poincts F, G, H, qui au cercle oblique terminent les arcs egaux F G, G H, soient descris du pole A, les parallels I K, L M, N O. Ie dis que l'arc I L est plus grand que l'arc L N. Car par le pole A, & par le poinct G, soit descrit le grand cercle A P, couppant les parallels en P, Q. Donc puis que en la superficie de la Sphere, dans la periphere du cercle I K a esté marqué le poinct G, outre le pole A, & que de G tombent en la circonference du cercle I K, les deux arcs de grands cercles G P, G F; l'arc G P sera le plus petit de tous par le 4. Theo. du Sch. de la 21. p. 2. & partant il est moindre que G F : car iceux arcs G P, G F, sont moindres que le demy-cercle, veu qu'ils ne s'entrecouppent deuant qu'ils diuisent le parallel I K. Derechef, puis qu'en la superficie de la Sphere, hors la periphere du cercle N O, est marqué le poinct G outre son pole; par le 5. Theo. du mesme Scholie, l'arc G Q sera le plus petit de tous les tombans de G, c'est à dire moindre que G H : pource que les arcs G Q, G H, sont moindres que le demy-cercle, veu qu'ils ne s'entrecouppent deuant qu'ils rencontrent le parallel N O. Les arcs F G, G H, sont donc plus grands que les arcs G P, G Q, chacun au sien. Et d'autant que la ligne droicte tirée par G, & par le centre de la Sphere, c'est à dire la commune section des grands cercles A P, E C, couppe dans la Sphere le plan du parallel I K; (car icelle ligne droicte ne paruiendra au centre de la Sphere, c'est à dire au centre du grand cercle B D, sinon qu'elle couppe premier le plan du cercle I K, pource que le parallel I K est posé entre le grand parallel & le poinct G.) la mesme ligne couppera le plan du parallel N O hors la Sphere, si ceste ligne là, & le plan du cercle, sont prolongez de la part de G : à cause que le poinct G est posé entre le plus

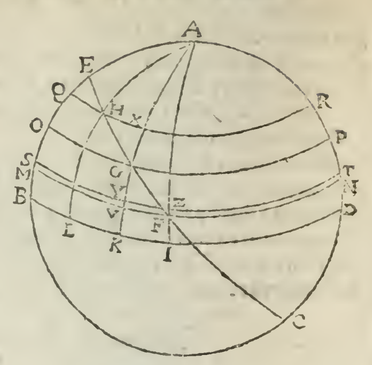
grand des parallels & le parallel N O. Donc puis que les deux grands cercles A P, E C, s'entrecouppent en G, & que du cercle E C de part & d'autre du poinct G, sont pris les deux arcs egaux GF, GH, & par F, H, tirez les plans parallels des cercles I K, NO, desquels NO rencontre la commune section des grands cercles AP, EC, hors la Sphere, comme il a esté demonstré, & que l'vn & l'autre des arcs G F, GH, est plus grand que l'vn & l'autre des arcs G P, GQ; l'arc GP sera plus grand que l'arc G Q par la preced. prop. Mais l'arc G P est egal à l'arc IL, & l'arc G Q à l'arc LN par la 10. p. 2. Donc aussi l'arc I L sera plus grand que l'arc L N. Parquoy si en la circonference &c. Ce qu'il faloit prouuer.

Theor. 6. Prop. 6.

Si en la circonference d'vn grand cercle est le pole des parallels, & que ce grand cercle soit couppé à angles droicts par deux autres grands cercles, l'vn desquels soit vn des parallels, mais l'autre soit oblique aux parallels, & que du cercle oblique soient prises d'ordre vers mesmes parties d'iceluy grand cercle parallel, circonferēces egales, & que par les poincts terminans icelles, & par le pole, soient descris des grands cercles: Iceux prendront du grand parallel, circonferences inegales, desquelles la plus proche du grand cercle premierement posé sera tousiours plus grande que la plus esloignée.

En la circonference du grand cercle A B C D, soit A pole des parallels, & iceluy soit couppé à angles droicts par les deux grands cercles B D, EC, desquels B D soit le grand parallel, & E C oblique aux parallels, duquel soient pris les arcs egaux FG, GH; & par les poincts F, G, H, & par le pole A,

soient descris les grands cercles A I, A K, A L, couppans B D en I, K, L. Ie dis que l'arc K L est plus grand que l'arc IK Car soient descris par les mesmes poincts F, G, H, les parallels M N, O P, Q R, couppans A K en V, X. Donc par la preced. l'arc MO sera plus grand que l'arc OQ; & partant



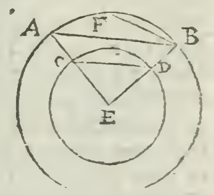
veu que par la 10. p. 2. l'arc V G est egal à iceluy M O, & l'arc GX à OQ; aussi VG sera plus grand que G X. Soit pris l'arc GY egal à l'arc GX, & par Y soit descrit le parallel ST couppant le cercle A I en Z. Donc puis que les arcs GY, G X sont egaux, & aussi GF, GH; les lignes droictes tirées HX, YF, seront egales par la 3. p. 3. Et d'autant que le grand cercle A I, par le pole A, couppe le cercle S T à angles droicts, & en deux egalement par la 15 p. 1. la commune section, sçauoir la ligne droicte tirée de Z à l'autre section, sera diametre du cercle S T, sur laquelle insiste vn demy-cercle à angle droict au cercle A I, sçauoir le demy-cercle commenceant au poinct Z, & allant en auant par S iusques à l'autre section, (c'est à dire vn segment de cercle qui n'est pas plus grand que le demy-cercle) & ceste ligne droicte là oste du cercle A I, vn segment plus grand que le demy-cercle, c'est à sçauoir qui est tiré du poinct Z, par I, iusques à l'autre section auec le cercle S T, & Y Z arc du demy-cercle insistant est moindre que le quadrant; (à cause que l'arc IK, qui par la 10. p. 2. est semblable à iceluy Y Z, est aussi moindre que le quadrant, ce qui peut estre demonstré ainsi. D'autant que les grands cercles B D, E C, sont droicts au grand cercle A B C D; cestuy-cy sera pareillement droict à ceux-là; & partant il passera par leurs poles, par la 13. p. 1. Parquoy par la 9 p. 2. il couppera les segmens d'iceux, lesquels sont demy-cercles, en deux egalement, c'est à dire en quadrans. Donc le quadrant du cercle B D est l'arc posé entre B, & ce poinct là où s'entrecoup-

pent les cercles B D, E C ; & partant IK eſt moindre que le quadrant: Car le cercle A K, tombe entre les poincts B, I, veu qu'il couppe le cercle A B C D en l'autre pole.) & partant l'arc reſté du demy cercle inſiſtant intercept entre Y, & l'autre ſection auec le cercle A I, eſt plus grand que le quadrant; la ligne droicte Y Z ſera la plus petite de toutes celles tombantes de Y en la circonference Z I par la 1. p. 3. & partant moindre que Y F, c'eſt à dire que HX ſon egale. Parquoy veu que le cercle QR eſt moindre que le cercle ST, la plus grande ligne droicte H X, oſtera vn plus grand arc de ſon cercle, que la moindre ligne droicte Y Z du ſien, comme nous demonſtrerons incontinant. L'arc HX eſt donc plus grand que ne peut eſtre le ſemblable à l'arc Y Z: Mais l'arc K L eſt ſemblable à l'arc H X, & l'arc I K à l'arc Y Z par la 10. p. 2. Donc auſſi K L eſt plus grand que le ſemblable à iceluy I K; & partant veu qu'ils ſont en vn meſme cercle, l'arc K L ſera plus grand que I K. Parquoy ſi en la circonference d'vn grand cercle &c. Ce qu'il falloit demonſtrer.

LEMME.

Or que la ligne droicte H X, *oſte vn plus grand arc de ſon cercle, que la ligne droicte* Y Z *du ſien, cela paroiſtra clairement, ayant premier demonſtré le Theoreme qui enſuit.*

Les lignes droictes egales, oſtent de cercles inegaux, arcs inegaux, & l'arc du moindre cercle eſt tellement grand qu'il ne peut eſtre ſemblable à l'arc du plus grand cercle.

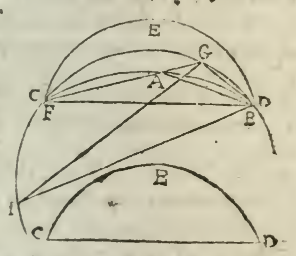


Soient les cercles in[egau]x A B, C D, *deſcris à l'entour d'v[n m]eſme centre* E; *& de* E *ſoient tir[ees] comme on voudra deux lignes droictes* E A, E B, *couppans le cercle* C D, *és poincts* C, D; *& eſt manifeſte que les arcs* AB, CD, *ſerõt ſemblables, veu que ſur iceux inſiſte vn meſme angle* E *au centre. Et d'autant que les lignes droictes* E A, E B, *ſont couppees proportionnellement en* C, D, *pource que tant* E A, E B, *que* E C, E D, *ſont egales entr'elles; par la* 2. *p.* 6. *d'Eucl les lignes droictes* A B, CD, *ſeront parallels; & partant les triangles* EAB, ECD, *ſeront ſemblables. Parquoy par la* 4 *p.* 6. *d'Eucl. comme* E A *ſera à* A B, *ainſi* E C, *ſera à* C D. *Mais* E A *eſt plus grande que* E C: *donc par la* 14. *p.* 5. *d'Eucl. auſſi* B A *ſera plus grande que* CD. *Soit donc accommodee au cercle* AB, *la ligne droicte* BF *egale à icelle* CD; *& l'arc* AB *ſera plus grand que l'arc* BF.

Parquoy veu que l'arc C D *est semblable à l'arc* A B ; *l'arc* C D *sera plus grand que n'est le semblable à iceluy* F B. *Donc les lignes droictes* F B, C D, *ostent des cercles inegaux* A B, C D, *arcs inegaux, & l'arc* C D *du plus petit cercle, est plus grand que n'est le semblable à l'arc* F B *du plus grand cercle. Ce qui estoit proposé.*

De cela est manifeste, qu'à plus forte raison, vne plus grande ligne droicte oste d'vn moindre cercle, vn plus grand arc, que le semblable à celuy lequel vne moindre ligne oste d'vn plus grand cercle. Car puis que la ligne droicte C D *egale à icelle* F B, *oste l'arc* C D *plus grand que n'est le semblable à l'arc* F B ; *vne ligne plus grande que* C D, *ostera vn arc encore beaucoup plus grãd que le semblable à l'arc* F B, *veu que celle-là coupera vn plus grãd arc qu'icelle* C D. *Parquoy aussi en ceste 6. p. la ligne droicte* H X *estant plus grande que la ligne droicte* Y Z, *elle couppera du moindre cercle* Q R, *l'arc* H X *plus grand que le semblable à l'arc* Y Z, *lequel la ligne droicte* Y Z *oste du plus grand cercle* S T.

Or ce Lemme estant demonstré, nous monstrerons aussi facilement que les lignes droictes egales, ostent de cercles inegaux, simplement arcs inegaux, tellement que l'arc du moindre cercle est simplement plus grand que l'arc du plus grand cercle, & non pas seulement plus grand que le semblable. Car soient les lignes droictes C D, B F *egales, & que* C D *oste du moindre cercle l'arc* C E D, *&* B F *du plus grand cercle l'arc* B G F. *Ie dis simplement que l'arc* C E D *est plus grand que l'arc* F G B. *Car la ligne droicte* C D *accordãt à la ligne droicte* F B, *l'arc* C E D *tombera necessairement hors l'arc* F G B ;



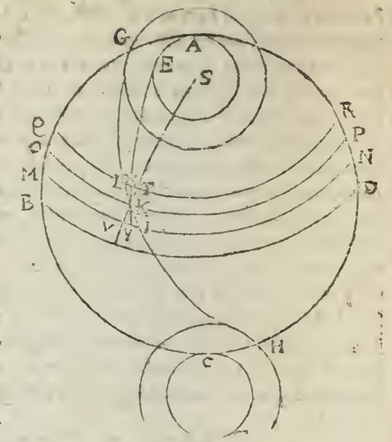
& partant l'arc C E D *sera plus grand que l'arc* F G B, *veu que cestuy-là contient dedans soy tout celuy-cy, & les deux arcs sont caues en vne mesme part, & ont mesmes poincts extremes comme veut Archimede és suppositions mises deuãt le premier liure de la Sphere & du Cylindre. Or l'arc* C E D *n'accordera ny ne tombera dedans l'arc* F G B. *Car si on dit qu'il conuient, toute la circonference du cercle* C E D *conuiendra aussi à toute la circonference du cercle* F G B ; *& partant les cercles seront egaux, contre l'hypotese. Mais si on dict que l'arc* C E D *tombe dedãs l'arc* F G B, *de telle sorte qu'est l'arc* C A D, *d'autant que comme il a esté demonstré au Lemme cy-dessus, l'arc* C E D, *c'est à dire l'arc* C A D, *est plus grand que le semblable à*

l'arc F G B, soit pris l'arc H F B semblable à l'arc C A D, & partant plus grand que l'arc F G B. Or ayant pris en l'arc C A D quelque poinct A, soient tirées les lignes droictes A F, A B, & ayant prolongé la ligne droicte F A iusques à ce qu'elle couppe l'arc F G B en G, soient tirées les lignes droictes G H, G B. Or d'autant que les arcs C A D, H F B, sont semblables; les angles C A D, H G B, estans en iceux segmens, seront egaux. Et pource que par la 16 p. 1. d'Eucl. l'angle externe C A D est plus grand que l'interne C G B; & l'angle C G B aussi plus grand que l'angle H G B; l'angle C A D sera beaucoup plus grand que l'angle H G B. Ce qui est absurde. Car il a esté demonstré egal. L'arc C E D ne tombera donc pas dans l'arc F G B; mais il ne conuient pas aussi à iceluy, comme il a esté monstré. Il tombe donc dehors; & partant l'arc C E D est plus grand que l'arc F G B, comme il a esté dict.

De là aussi il apert clairement qu'à plus forte raison, vne plus grande ligne oste du moindre cercle vn arc simplement plus grand que celuy lequel vne moindre ligne oste d'vn plus grand cercle.

Theor. 7. Prop. 7.

Si en la Sphere, vn grand cercle touche quelque cercle de la Sphere, & qu'vn autre grand cercle soit oblique aux parallels, & touche des cercles plus grands que ceux-là, lesquels le grand cercle premierement posé touche, & que les attouchemens d'iceux soiẽt à iceluy grand cercle premierement posé, & qu'au cercle oblique soient prises egales & continuelles circonferences, vers mesmes parties du plus grand des parallels, & que par les poincts terminans icelles egales circonferences soient descris des cercles parallels: Entre iceux seront prises inegales circonferences du grand cercle premierement posé, desquelles celle qui sera plus prochaine du grand parallel, sera plus grande que la plus esloignée.



Qu'en la Sphere le grand cercle ABCD touche le cercle AE au poinct A; & par consequent aussi vn autre cercle CF egal à iceluy AE, par la 6. p.2. Mais qu'vn autre grand cercle GH oblique aux parallels touche deux autres cercles plus grands que ceux-là lesquels ABCD touche, & les poincts d'attouchemẽs soiẽt G,H, en iceluy grãd cercle ABCD, & le plus grand des parallels soit BD: finablement que du cercle oblique GH, soient pris les arcs egaux IK, KL, & que par les poincts I,K,L, soient descris les cercles parallels MN, OP, QR. Ie dis que l'arc MO est plus grand que l'arc OQ. Car par K, & par S pole des parallels soit descrit par la 20 p.1. le grand cercle SK, couppant les parallels és poincts T,V: Item par K soit descrit par la 15. p.2. le grand cercle KE touchant le parallel AE en E, & couppant les autres parallels en X,Y, en sorte toutesfois que ces poincts X,Y, soient entre les poincts L,T, & V,I: ce qu'on fera ainsi. D'autant que par le Scholie de la 15. p.2. peuuent estre descris deux cercles par K touchans le cercle AE, desquels l'vn tombe entre les arcs KG, KS, & l'autre dehors iceux: (car si l'vn & l'autre touchoient de mesme part le cercle AE, ils s'entrecoupperoient proche le poinct d'attouchement, pource que l'vn rencontreroit l'autre; ce qui est absurde, veu qu'ils s'entrecouppent au poinct qui est opposé à K entre l'autre pole & le grand parallel.) si on prend le premier, les poincts X, Y, tomberont entre les poincts L,T, & V,I, comme apert. Veu donc qu'en la superficie de la Sphere, dedans la peripherie du cercle MN, est marqué le poinct K, outre le pole S, & que de K, tombent en la circonference d'iceluy cercle, les trois arcs KV, KY, KI; par le 4. Theo. du Scholie de la 21. p. 2 KV sera le plus petit de

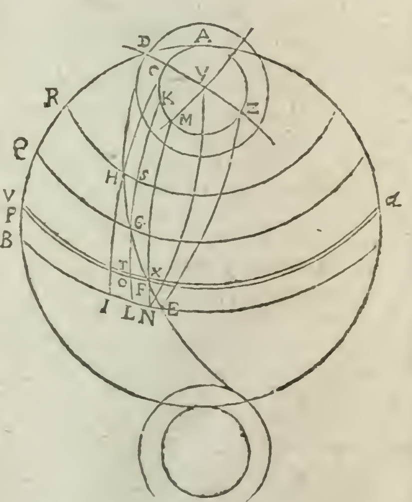
tous,

tous,& K y moindre que K I. Derechef, puis que en la superficie de la Sphere hors la circonference du cercle Q R, est signé le poinct K, outre le pole d'iceluy, & que de K, tombent en sa circonference les trois arcs KT, KX, K ; par le 5. Theo. du mesme Scholie, KT sera le moindre de tous, & KX moindre que KL. Donc chasque arc KI, K L, est plus grand que chasque arc K y, KX. Et d'autant que la ligne droicte tirée par K, & par le centre de la Sphere, c'est à dire la commune section des grands cercles, couppe hors la Sphere le plan du parallel Q R, si ceste ligne droicte là, & ledit plan du cercle QR sont prolongez de la part de K, comme il a esté dict en la demonstration de la 5 p. 3. l'arc K y sera plus grand que l'arc KX, par la 4. p. 3. Mais à l'arc K y est egal l'arc M O, & à l'arc K X l'arc O Q, par la 13. p. 2. Car les demy-cercles, desquels l'vn est tiré de A par B, mais l'autre de E par K, ne sont conuenans, comme il est manifeste par les choses dictes en la demonstration de ladite 13. p. 2. Donc aussi l'arc M O sera plus grand que l'arc O Q. Si donc en la Sphere vn grand cercle touche &c. Ce qu'il faloit demonstrer.

Theor. 8. Prop. 8.

Si en la Sphere, vn grand cercle touche quelque cercle de la Sphere, & que quelque autre grand cercle oblique aux parallels touche des cercles plus grand que ceux-là lesquels le grand cercle premierement posé touchoit, & les attouchemens d'iceux soient à iceluy grād cercle premierement posé; mais qu'au cercle oblique soient prises egales & continuelles circonferences vers mesmes parties du grand parallel, & que par les poincts terminans les egales circonferences soient descris des grands cercles, lesquels touchent aussi le mesme cercle que touchoit le grand cercle premierement po-

sé, & prennent semblables circonferences des parallels, & qu'ils ayent les demy-cercles qui tendent des poincts d'attouchemens aux poincts terminans les egales circonferences du cercle oblique par lesquels ils sont descris, de telle maniere qu'ils ne conuiennent point auec le demy-cercle du grand cercle premierement posé auquel est l'attouchement du cercle oblique entre le pole apparant & le grand parallel: Ils prendront entr'eux inegales circonferences d'iceluy grand parallel, desquelles la plus proche du grand cercle premierement posé, sera tousiours plus grande que la plus esloignée.



Qu'en la Sphere le grand cercle A B touche le cercle A C en A; & par consequent vn autre egal & parallel à iceluy, & qu'vn autre grand cercle D E oblique aux parallels, touche deux autres plus grands parallels, & soient les attouchemens au cercle A B, de telle maniere qu'est le poinct D, & soit B E le plus grand des pa-

rallels : Et que du cercle oblique D E soient pris arcs egaux F G, G H ; & par les poincts F, G, H, soient descris les grands cercles CI, KL, MN, touchans le parallel A C en C, K, M, & couppans le plus grand des parallels D E en I, L, N, tellement qu'ils prennent semblables arcs des parallels, & que les demy-cercles d'iceux commençans és poincts C, K, M, & passans par F, G, H, ne conuiennent auec le demy-cercle du cercle A B, commençant à A & passant par B. Ie dis que l'arc I L est plus grand que l'arc L N. Car soient descris par F, G, H, les cercles parallels P F, Q G, R H, couppans le cercle KL en O, S. Donc par la precedente l'arc P Q sera plus grand que l'arc QR, ausquels estans egaux les arcs GO, GS, par la 13. p. 2. aussi GO sera plus grand que GS. Soit faict GT egal a GS, & par T soit descrit le parallel VT, couppant le cercle M N en X. Et d'autant que la commune section des cercles M N, V X, c'est à dire la ligne droicte tirée de la section X à l'autre section, oste vn segment qui commence à X & passe par V iusques à l'autre section, moindre que le demy-cercle; (car le grand cercle MN couppant le parallel V X, non par les poles, oste vn segment plus grand que le demy-cercle par la 19. p. 2. sçauoir est celuy qui est entre le plus grand des parallels, & le pole apparant, tel qu'est le segment commençant à X, & passant par *a* iusques à l'autre section auec le cercle M N.) & oste du grand cercle MN vn segment plus grand que le demy-cercle, sçauoir lequel commençant à X, passe par N à l'autre section; & est le segment XV incliné au segment X M vers les parties de R. Car si par N, & par y pole des parallels est descrit le grand cercle y N, iceluy sera à angle droict sur B E par la 15. p. 1. Donc M N qui est posé entre ces deux-là, (car d'autant que par le Scholie de la 15. p. 2. du poinct F, peuuent estre tirez deux cercles touchans le parallel A C, l'vn à senestre du cercle y N, & l'autre à dextre, nous eslisons le premier, afin qu'il soit posé entre les grands cercles y N, B E.) est incliné au mesme B E, vers les parties de R, & reciproquement B E à MN; & par consequent V X qui luy est parallel sera aussi incliné à M N, vers les mesmes parties R. Item le segment commençant à X & passant par V, iusques à l'autre section, est couppé inegalement en T, & la partie T X est la moindre, comme nous demonstrerons au Lemme suiuant. Donc par la 2. p. 3. la ligne droicte TX est moindre que la ligne droicte T F : Mais icelle T F est egale à la ligne

droicte H S par la 3.p 3. Donc aussi la ligne droicte T X est moindre que la ligne droicte HS; & partant comme il a esté demonstré au Lemme de la 6.p.3. l'arc HS sera plus grand que ne peut estre le semblable à l'arc T X. Veu donc que par la 13.p.2. l'arc I L est semblable à l'arc H S, & l'arc L N à l'arc T X, l'arc I L sera pareillement plus grand que n'est le semblable à l'arc LN; & partant veu qu'ils sont en vn mesme cercle; I L sera plus grand que LN. Si donc en la Sphere vn grand cercle &c. Ce qu'il faloit prouuer.

LEMME I.

Or que l'arc T X *soit moindre que la moitie du segment, lequel commence à* X, *& est tiré par* V *iusques à l'autre section, nous le demonstrerons ainsi. Par* E, *soit mené le grand cercle* EZ *touchant le parallel* AC *au poinct* Z, *lequel soit à dextre du grand cercle* N Y, *puis que par le Scholie de la* 15 *p* 2. *peuuent estre tirez de* E *deux cercles touchans* AC, *l'vn à senestre du cercle* N Y, *& l'autre à dextre: &* EZ *sera quadrant. Car le grand cercle* Z Y *descrit par* Y *pole du cercle* AC, *& par l'attouchement* Z, *passe aussi par le pole du cercle touchant* EZ *par la* 5 *p.*2. *Parquoy le mesme cercle* Y Z *couppera les segmens des cercles* B E, E Z *en deux egalement par la* 9.*p.*2. *Veu donc que ces grands cercles cy s'entrecouppent en deux egalement par la* 11.*p.*1. *le segment depuis le poinct* E *par* Z *iusques à l'autre section, sera couppe en deux quadrans au poinct* Z; *& partant* E Z *sera vn quadrant. En la mesme maniere* E D *sera quadrant, si par le pole* Y *& attouchement* D *on descrit le grand cercle* Y D. *Mais l'arc du grand cercle entre* E *& le pole* Y *est aussi quadrant par le corol. de la* 16 *p* 1. *Donc le grand cercle descrit de* E *comme pole & interualle* EZ, *passera par les poincts* Y, D. *Nous demonstrerons en la mesme maniere que* N M *est quadrant; & par consequent que le grand cercle descrit du pole* N *& interualle* N M *passe par* Y *pole des parallels, tel qu'est* M Y; *& partant qu'il couppe l'arc* BD, *outre le poinct* D, *& l'arc* NB, *outre l'arc* DB; *& par consequent aussi l'arc* X V *outre le mesme arc* DB, *à cause que les grands cercles* Z Y D, M Y, *s'entrecouppent au pole* Y, *& que le poinct* M *est entre* D *&* Z. *Et d'autant que le grand cercle* M Y *tiré par* Y *pole du parallel* AC, *& par l'attouchement* M, *passe aussi par le pole du cercle touchant* N M *par la* 5.*p.*2. *Il passera par les poles des cercles* XV, *&* N M, *s'entrecouppans en* X. *Parquoy il couppera les segmens d'iceux en deux egalement par la* 9 *p.*2. *Veu donc qu'outre le poinct* V, *il couppe le segment de* X *par* V *iusques à l'autre poinct ou les cercles* XV, NM, *s'entrecouppent; l'arc* XV *sera moindre que la moitie du segment de* X *par* V *iusques à l'autre section; & partant*

TX sera beaucoup moindre que la moitie du mesme segment. Ce qui estoit proposé.

LEMME II.

Estans proposées deux grandeurs inegales, en trouuer vne moyēne qui soit cōmēsurable à quelconque grādeur dōnée.

Soient proposées les deux grādeurs inegales AB, AC; & dōné quelque autre que ce soit DG: il faut en trouuer vne autre moyēne, c'est à dire qui soit plus grāde que AC, mais moindre que AB, & commēsurable à DG. Soit premieremēt DG moindre que BC exces d'ētre les grādeurs AB, AC; & E multiplice d'icelle DG prochainemēt plus grande que AC. Quoy posé, E sera moindre que AB. Car si elle estoit egale, ostāt d'icelle E, vne grādeur egale à DG, (laquelle est posée moindre que BC,) le reste multiplice d'icelle DG seroit encore plus grāde que AC. Dōc E n'estoit la multiplice de DG prochainement plus grande que AC. Ce qui est absurde. Donc E n'est egale à icelle AB; & partant à plus forte raison ne sera plus grande. Elle est donc moindre que AB; & par consequent veu qu'elle est aussi plus grande que AC, & commensurable à icelle DG, pource qu'elle est multiplice d'icelle, appert ce qui estoit proposé.

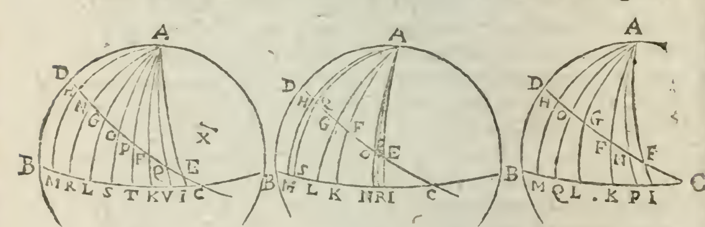
Maintenant que la grandeur DG ne soit moindre que BC. Soit diuisee DG en deux egalement, & derechef la moitie en deux egalement, & ainsi continuellement iusques à ce qu'il reste la partie DF moindre que BC: & soit E multiplice d'icelle DF prochainement plus grande que AC; & sera E commensurable à icelle DF; & partant aussi à icelle DG par la 12.p.10.d'Eucl. à cause que l'vne & l'autre est commensurable à icelle DF. Derechef en la mesme maniere qu'il a esté demonstré cy dessus E sera moindre que AB. Veu donc qu'elle est aussi plus grande que AC, & commensurable à icelle DG, appert ce qui estoit proposé.

Theor. 9. Prop. 9.

Si le pole des parallels est en la circonference d'vn grand cercle, lequel deux autres grands cercles couppent à angles droicts, desquels cercles l'vn soit vn des parallels, mais l'autre soit oblique aux parallels, & que de ce cercle oblique soient prises egales circonferences, les-

quelles ne ſoient continuelles, mais toutesfois ſoient vers meſmes parties d'iceluy grand cercle parallel, mais que par le pole, & chaſques poincts terminans les egales circonferences ſoient deſcris des grands cercles : Ils prendront inegales circonferences du grand cercle parallel, deſquelles celle qui ſera plus proche du grand cercle premierement posé, ſera touſiours plus grande que la plus eſloignée.

En la circonference du grand cercle A B, ſoit A pole des parallels, & que les deux grands cercles B C, D C, le couppe à angles droicts, deſquels B C ſoit le grand parallel, & D C ſoit oblique aux parallels, duquel ſoient pris les arcs egaux non continuels E F, G H; & par les poincts E, F, G, H, & le pole A, ſoient deſcris les grands cercles, A E I, A F K, A G L, A H M. Ie dis que l'arc M L eſt plus grand que l'arc K I. Car l'arc du milieu F G eſt ou commeſurable à chacun des egaux



E F, G H, ou incommenſurable. Soit premierement commenſurable. Or ayant trouué par la 4.p.10. d'Eucl. la plus grande commune meſure X, ſoient diuiſez les trois arcs E F, F G, G H, en parties egales à icelle x, comme appert en la premiere figure, & par les poincts de la diuiſion, & pole A, ſoient tirez des grands cercles par la 20. p. 1. Donc puis que les arcs E Q, Q E, F P, &c. ſont egaux; l'arc M R ſera plus grãd que l'arc R L, & R L plus grãd que L S, &c. par la 6. p. 3. Donc puis que M R eſt plus grand que K V, & R L plus grand que V L; le tout M L ſera auſſi plus grand que le tout K I.

Maintenant l'arc F G soit incommensurable à chacun des arcs egaux E F, G H : Ie dis derechef que l'arc M L est plus grand que l'arc K I. Car s'il n'est plus grand, il sera moindre ou egal : Soit premierement (si faire se peut) plus grād comme en la 2. fig & de K I soit pris K N egal à iceluy M L; & par N & A, soit descrit par la 20. p. 1. le grād cercle A O N, couppant le cercle C D en O : puis par le 2. Lemme de la prop. preced. soit trouué l'arc F P, plus grand que F O, mais moindre que F E, & commensurable à F G, & soit G Q egal à iceluy F P, (qui est moindre que E F, & partant aussi moindre que G H, qui est egal à iceluy E F,) & par P, Q, & A soient descris les grāds cercles A P R, A Q S, par la 20. p. 1. Donc puis que les arcs non continuels P F, G Q sont egaux, & que l'arc du milieu F G est commensurable à chacun d'iceux ; l'arc S L sera plus grand que l'arc K L, comme il a esté demonstré en la premiere figure. Il sera donc aussi beaucoup plus grand que K N ; & partant aussi M L, beaucoup plus grand que K N. Mais K N a aussi esté posé egal à iceluy M L. Ce qui est absurde. M L n'est donc pas moindre que K I.

Soit donc, si faire se peut, l'arc M L egal à l'arc K I, comme en la 3. figure. Estant diuisez les arcs E F, G H, en deux egalement en N, O, soient descris par N, O, & A, les grands cercles A N P, A O Q. Donc par la 6. p. 3. l'arc M Q sera plus grād que l'arc Q L, & K P plus grand que P I. Parquoy Q L sera moindre que la moitie d'iceluy M L, & K P plus grand que la moitie d'iceluy K I. Veu donc que M L, K I, sont posez egaux ; Q L sera moindre que K P : ce qui est absurde. Car puis que les arcs F N, G O, moities des arcs egaux E F, G H, sont egaux non continuels ; Q L ne peust pas estre moindre que K B, comme il a esté demonstré en la seconde fig. L'arc M L n'est donc pas egal à l'arc K I ; Mais il a esté demonstré qu'il n'est pas aussi moindre. Il est donc plus grand. Parquoy si le pole des parallels est en la circonference &c. Ce qu'il faloit prouuer.

SCHOLIE.

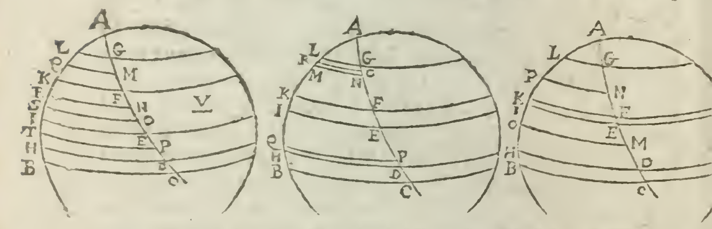
Ainsi que Theodose a demonstré en ceste 9. p. le mesme des arcs non continuels, que des cōtinuels en la 6. p. 1. ainsi en quelque version sont demonstrez en trois Theoremes le mesme des arcs non continuels, que Theodose a demonstré des continuels és prop. 5. 7. & 8. Or le premier Theor. est tel.

I.

Si le pole des parallels est en la circonference d'vn grand

cercle, lequel conppe à angles droicts deux autres grands cercles, l'vn desquels soit vn des parallels, & l'autre soit oblique aux parallels, & que d'iceluy cercle oblique soient prinses egales circonferences, lesquelles ne soient continuelles, mais toutesfois soient vers mesmes parties d'iceluy grand cercle parallel, & que par chasques poincts terminans les egales circonferences, soient descris des cercles parallels: les circonferences d'iceluy grand cercle premierement posé interceptes entre les parallels, seront inegales, & tousiours la plus proche du grand parallel, sera plus grande que la plus esloignee.

En la circonference d'vn grand cercle A B, *soit le pole des parallels, lequel cercle couppe à angles droicts deux autres grands cercles* B C, A C, *desquels* B C *soit le grand parallel, &* A C *oblique aux parallels : Soient pris les arcs egaux non continuels* D E, F G; *& par les poincts* D, E, F, G, *soient tirez les cercles parallels* D H, E I, F K, G L. *Ie dis que l'arc* H I *est plus grand que l'arc* K L. *Car l'arc du milieu* E F, *est ou commensurable à chacun des egaux* D E, F G, *ou in-*



commensurable. Soit premierement commensurable. Or ayant trouué par la 4 p. 10. d'Eucl. la plus grande commune mesure V, *les trois arcs* D E, E F, F G, *soient couppez en parties egales à icelle* V, *& par les poincts des diuisions, descris des parallels, comme apparoit en la premiere figure. Donc puis que les arcs continuels* D P, P E, E O, *&c. sont egaux; par la 5 p. 3. l'arc* H T *sera plus grand que l'arc* T I, *&* T I *plus grand que* I S. *&c. Parquoy puis que* H T *est plus grand que* K Q, *&* T I *plus grand que* Q L; *le tout* H I *sera plus grand que le tout* K L. *Ce qui estoit proposé.*

Soit maintenant E F *incommensurable à chacun* D E. F G. *Ie dis derechef que l'arc* H I *est plus grand que l'arc* K L. *Car s'il n'est plus grand, il sera ou egal, ou moindre. Soit premierement moindre si faire se peut; & de* K L *(comme en la 2 fig.) soit osté* K M *egal à iceluy* H I; *& par* M *soit tiré le parallel* M N: *puis apres par le 2. Lemme de*

de la 8.p. de ce liure, soit trouué l'arc F O plus grand que F N, mais moindre que F G, & commensurable à l'arc entremoyen E F; & soit E P egal à iceluy F O, (qui est moindre que F G; & partant aussi moindre que D E egal à iceluy F G.) & par O, P, soient descris les parallels O R, P Q. Donc puis que les arcs non continuels sont egaux, & que l'arc du milieu E F est commensurable à chacun d'iceux; l'arc Q I sera plus grand que l'arc K R, comme il a esté demonstré en la 1. fig. Iceluy arc Q I sera donc aussi beaucoup plus grand que l'arc K M; & partant l'arc H I sera encore dauantage plus grand que K M. Ce qui est absurde: Car H I a esté posé aussi egal à iceluy K M. Donc H I n'est pas moindre que K L. Soit donc, si faire se peut, l'arc H I egal à l'arc K L, comme en la 3. fig. Or les arcs D E, F G estans couppez en deux egalement en M, N, soient tirez par M, N, les parallels M O, N P. Donc par la 5.p.3. l'arc H O sera plus grand que O I, & K P plus grand que P L. Parquoy O I sera moindre que la moitie de H I, & K P plus grand que la moitie de K L. Veu donc que H I, K L sont posez egaux; O I sera moindre que K P. Ce qui est absurde. Car puis que les arcs E M, F N, moities des egaux D E, F G, sont egaux, & non continuels; O I ne pourra estre moindre que K P, comme a esté demonstré en la 2. fig. L'arc H I n'est donc pas egal à l'arc K L; mais il n'est pas aussi moindre: Il est donc plus grand. Ce qui estoit proposé.

II.

Si en la Sphere, vn grand cercle touche quelque cercle de la Sphere, mais qu'vn autre grand cercle soit oblique aux parallels, & touche des cercles plus grands que ceux-là, lesquels le grand cercle premierement posé touche, & les attouchemens d'iceux soient en iceluy grand cercle premierement posé, & que du cercle oblique soient prises circonferences egales, lesquelles ne soient continuelles, mais toutesfois soient vers mesmes parties du grand parallel; & que par les poincts terminans les egales circonferences soient descris des cercles parallels: Entre iceux seront prises circonferences inegales du grand cercle premierement posé, desquelles celle qui sera plus proche du grand parallel, sera plus grande que la plus esloignée.

Ce Theoreme sera demonstré par la 7.p. de ce liure, tout ainsi que le preced. Theor à esté dēmōstré par la 5.p. Lors que les deux grands cercles A B, A C, du preced. Theor. touchent deux parallels, comme il a esté dict en la 7.p. de ce liure; le reste de la construction de la figure ne differe de la construction du preced. Theor. &c.

III.

Si en la Sphere vn grand cercle touche quelque cercle de la Sphere,& que quelque autre grand cercle oblique aux parallels touche des cercles plus grands que ceux-là,lesquels le grand cercle premierement posé touchoit, & les attouchemens d'iceux soient à iceluy grand cercle premierement posé,mais qu'au cercle oblique soient prinses egales circonferences, lesquelles ne soient continuelles, mais toutesfois soient vers mesmes parties du grand parallel, & par les poincts terminans les egales circonferences, soient descris des grands cercles, lesquels touchent aussi le mesme cercle que touchoit le grand cercle premierement posé,& prenent entr'eux semblables circonferences des parallels,& ayent les demy-cercles qui tendent des poincts d'attouchemens vers les poincts terminans les egales circonferences du cercle oblique,par lesquels ils sont descris ,de telle sorte qu'ils ne conuiennent point auec celuy du grand cercle premierement posé, auquel est l'attouchement du cercle oblique,entre le pole apparant,& le grand parallel:Entre iceux cercles seront prises circonferences inegales du grand parallel,desquelles la plus prochaine du grand cercle premierement posé sera tousiours plus grande que la plus esloignée.

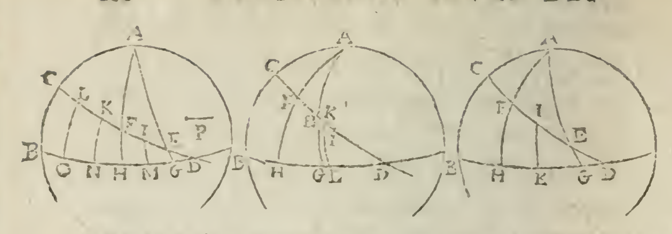
Ce Theoreme sera aussi demonstré par la 8.p.de ce liure,ainsi que la 9 p.a esté demonstree par la 6.p.moyennant que les grands cercles de la 9.p.tirez de A, *touchent vn mesme cercle moindre que celuy lequel* D C *doit toucher,&c.*

Theor.10. Prop.10.

Si le pole des parallels est en la circonference d'vn grand cercle, lequel couppe à angles droicts deux autres grands cercles, l'vn desquels soit vn des parallels,& l'autre soit oblique aux parallels, mais qu'en ce cercle oblique soient pris deux quelconques poincts vers mesmes parties d'iceluy grand parallel , & que par le pole des parallels , & par chacun d'iceux poincts soient descris des grands cercles:comme la cir-

conference du grand parallel intercepte entre le grand cercle premierement posé, & le prochain grand cercle descrit par le pole & par l'vn des poincts, sera à la circonference du cercle oblique intercepte entre les mesmes cercles, ainsi la circonference du grand parallel intercepte entre les grands cercles descris par le pole, & par l'vn & l'autre des poincts, sera à quelque circonference, qui est moindre que la circonference du cercle oblique intercepte entre l'vn & l'autre poinct.

Soit A le pole des parallels en la circonference du grand cercle A B, lequel deux autres grands cercles B D, C D, couppent à angles droicts, & B D soit le grand parallel, mais C D soit oblique aux parallels; auquel C D estans pris quelconques deux poincts E, F, soient descris par le pole A, & par iceux poincts E, F, les grands cercles A E G, A F H. Ie dis que comme l'arc B H est a l'arc C F, ainsi est l'arc H G à vn arc moindre que l'arc F E. Car ou les arcs C F, F E, sont commensurables ou incommensurables. Qu'ils soient premierement commensurables, comme en la premiere fig. Et estant trouué P plus grande commune mesure d'iceux, soient diuisez lesdits arcs C F, F E, en arcs egaux à ladite plus grande commune mesure P; & par les poincts des diuisions, & pole A, soient tirez les grands cercles I M, K N, L O. D'autant que les arcs continuels C L, L K, K F, F I, I E, sont egaux; par la 6. p. 3. l'arc B O sera plus grand que O N, & O N plus grand que N H, &c. Donc par la 8. p. 5. d'Eucl. il y aura plus grand raison de B O à C L que de O N à L K; & de O N à L K que de H N à K F, &c. Parquoy veu que les grandeurs B O, O N, N H, sont egales en multitude aux grandeurs C L, L K, K F; il y aura plus grande raison du tout B H au tout C F, que de N H à K F. Mais il a esté demonstré que la raison de N H à K F, est encore plus grande que la raison de H M à F I. Donc B H a beaucoup plus grande raison à C F que H M à



FI: Mais il y a encore plus grande raison de HM à FI, que de HG à FE, à cause que les arcs HM, MG, sont egaux en multitude aux arcs FI, IE, & qu'il y a plus grande raison de HM à FI, que de MG à IE, comme il a esté demonstré. Il y a donc beaucoup plus grande raison de BH à CF, que de HG à FE. Or soit posé que comme BH à CF, ainsi HG à P. Il y aura donc pareillement plus grande raison de HG à P, que de HG à FE; & partant par la 10.p.5.d'Eucl. l'arc P sera moindre que l'arc FE. Parquoy comme l'arc BH est à l'arc CF, ainsi est l'arc HG à l'arc P, moindre que l'arc FE. Ce qui a esté proposé.

Or soient maintenant les arcs CF, FE, incõmensurables comme en la 2.fig. Ie dis derechef que comme l'arc BH est à l'arc CF, ainsi est l'arc HG à vn arc moindre que l'arc FE. Car s'il n'est ainsi comme BH sera à CF, ainsi HG sera ou à vn arc plus grand que FE, ou à iceluy mesme. Soit premieremẽt, si fairẽ se peut, comme BH à CF, ainsi HG à l'arc FI, plus grand que l'arc FE. Soit trouué par le 2. Lemme de la 8.p.3. l'arc FK plus grand que l'arc FE, mais moindre que FI, & commensurable à iceluy CF, & soit tiré par K & le pole A, le cercle majeur KL par la 20.p.1. D'autant que les arcs CF, FK, sont commensurables, comme BH sera à CF, ainsi HL sera à vn arc moindre que l'arc FK, comme il a esté demonstré en la 1.fig. Mais soit posé que comme BH à CF, ainsi HG à FI. Donc aussi comme HG sera à FI, ainsi HL sera à vn arc moindre que l'arc FK; & en permutant comme HG sera à HL, ainsi sera FI à vn arc moindre que FK. Mais l'arc HG est moindre que l'arc HL. Donc aussi l'arc FI sera moindre qu'vn arc moindre que l'arc FK: Le tout que la partie. Ce qui est absurde. Donc BH n'est pas à CF, ainsi que HG à vn arc moindre que l'arc FE.

Soit dõc, si faire se peut, comme BH à CF, ainsi HG à FE,

comme en la 3.figure. Estant diuisé l'arc F E en deux egalement en I, soit descrit par I, & par le pole A, le grand cercle I K. D'autant que les arcs continuels F I, I E, sont egaux, l'arc H K sera plus grand que k G par la 6.p.3.& partant H k sera plus grand que la moitié d'iceluy H G. Parquoy par la 8.p.5.d'Eucl. il y aura plus grande raison de H K à F I, que de l'arc moitié d'iceluy H G à F I. Mais par la 15.p.5.d'Eucl. comme la moitié de l'arc H G est à F I moitié de l'arc F E, ainsi est tout l'arc H G à tout l'arc F E. Il y aura donc plus grande raison de H K à F I, que de H G à F E. Or comme H G à F E, ainsi est posé B H a C F. Il y aura donc aussi plus grande raison de H K à F I, que de B H à C F; & partant par la 10.p.5.d'Eucl. l'arc H K sera à vn arc plus grand que l'arc F I, comme B H à C F. Ce qui est absurde. Car il a esté demonstré en la 2. fig. qu'il ne se peut faire, que comme l'arc B H est à l'arc C F, ainsi l'arc H K soit à vn arc plus grand que l'arc F I. Donc comme B H est à C F, ainsi n'est pas HG à F E: mais comme BH est à CF, ainsi H G n'est pas à vn arc plus grand que l'arc F E, comme il a esté demonstré. Donc comme B H sera à C F, ainsi H G sera à vn arc moindre que l'arc F E. Parquoy si le pole des parallels &c. Ce qu'il faloit prouuer.

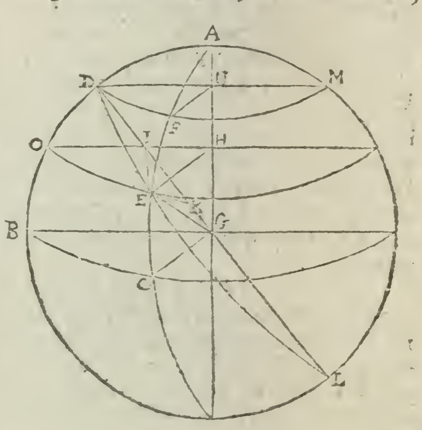
COROLLAIRE.

De là arriue, que l'arc B H *a plus grãde raison à l'arc* C F, *que l'arc* HG *à l'arc* FE. *Car puis que comme* BH *est à* CF, *ainsi* HG *est à vn arc moindre que l'arc* FE, *& que par la* 10.*p.*5. *d'Euc l'arc* HG *a plus grande raison à vn arc moindre que l'arc* F E, *qu'à iceluy* FE; *par la* 8.*p.*5.*d'Eucl.* B H *aura aussi plus grande raison à* C F, *que* H G *à* FE.

Theor. 11. Prop. 11.

Si le pole des parallels, est en la circonference d'vn grand cercle lequel couppe à angles droicts deux autres grands cercles, l'vn desquels soit vn des parallels, & l'autre soit oblique aux parallels, & qu'vn autre grand cercle passant par les poles des parallels couppe le cercle oblique entre le grand parallel, & celuy.

là lequel ledict cercle oblique touche: le diametre de la Sphere a plus grande raison au diametre de ce cercle là, lequel le cercle oblique touche, que la circonference du grand parallel intercepte entre le grand cercle premierement posé, & le grand cercle passant par les poles des parallels, à la circonference du cercle oblique, intercepte entre les mesmes cercles.



En la circonferẽce du grãd cercle A B soit A pole des parallels, & qu'iceluy cercle AB couppe à angles droicts deux autres grands cercles B C, D E, desquels B C soit le grand parallel, & D E soit oblique aux parallels, touchant le parallel D F: par le pole A soit aussi descrit vn autre grand cercle A E, couppant l'oblique DE au poinct E, posé entre le grand parallel BC, & le parallel D F, lequel l'oblique touche. Ie dis que le diametre de la Sphere à plus grande raison au diametre du parallel D F, que la circonference B C à la circonference D E. La ligne droicte A G soit la commune section des cercles A B, A E; & B G la commune section des cercles AB, B C; & icelles A G, B G, seront semidiametres d'iceux; (veu qu'en la Sphere les grands cercles s'entrecouppent en deux egalement) & partant aussi de la Sphere, s'entrecouppans en G centre de la Sphere, & des grands cercles. Soit pareillement

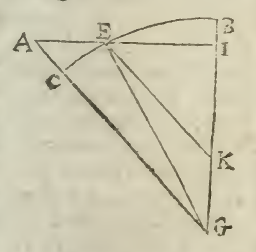
DL commune section des cercles A B, DE, qui sera pareillement diametre de la Sphere, passant par le centre G. Derechef DM soit commune section des cercles A B, DF; & DM sera diametre du cercle DF, à cause que par la 15 p.1. le cercle A B couppe le parallel DF en deux egalement par les poles. Item F N, CG, soient les communes sections des cercles DF, B C, auec le cercle A E. Du pole A & interualle A E soit descrit le parallel O E, & soient O H, E H, les communes sections d'iceluy auec les cercles A B, A E; & FN, EH, CG, seront semidiametres des cercles D F, OE, B C, pource que par la 15. p. 1. le cercle A E couppe iceux en deux egalement par les poles, & partant les communes sections sont diametres rencontrans les diametres DM, OH, B G, és centres N, H, G: Car OH est aussi diametre du cercle O E, veu que A B couppe en deux egalement iceluy par le pole A Soit derechef EG commune section des grands cercles A E, D E, qui sera aussi diametre passant par G centre de la Sphere. Finablement E I soit commune section des cercles D E, O E. Et d'autant que la ligne droicte AG tiree par les poles du parallel OE est perpendiculaire au plan du parallel, & tombe au poinct H centre d'iceluy par la 10.p.1. l'angle OHG au triangle GHI, sera droict; & partant l'angle HGI sera aigu. Le costé G I sera donc plus grand que le costé H I par la 19.p.1. d'Eucl. Soit ostée la ligne droicte I K egale à I H, & soit menée la ligne droicte EK. Derechef, puis que l'vn & l'autre cercle D E, O E est droict au cercle A B, aussi E I commune section d'iceux sera perpendiculaire au mesme par la 19.p. 11. d'Eucl. & partant droict chasque angle EIH, EIK. Donc puis que les deux costez E I, I H du triangle EIH, sont egaux aux deux costez E I, I K du triangle E I K, chacun au sien, & les angles qu'ils contiennent aussi egaux, sçauoir droicts, par la 4. p.1. d'Eucl les angles I H E, IKE, seront aussi egaux. Or d'autant que la raison de la ligne droicte GI à la ligne droicte IK est plus grande que de l'angle IKE, ou de son egal OHE à l'angle IGE, comme nous demonstrerons incontinent; & que par la 10.p.11. d'Eucl. l'angle OHE est egal à l'angle BG C; (car les lignes droictes O H, B G, communes sections des plans parallels O E, B C, faictes par le plan A B, sont paralleles par la 16.p. 11. d'Eucl. & aussi les lignes droictes E H, C G communes sections des mesmes plans faictes par le plan A E.) pareillement la raison de la ligne droicte G I à la ligne droicte I K,

c'est à dire à la ligne droicte I H son egale, sera plus grande, que de l'angle B G C à l'angle D G E. Mais comme l'angle B G C est à l'angle D G E, ainsi est l'arc B C à l'arc D E par la 33. p. 6. d'Eucl. Il y aura donc pareillement plus grande raison de la ligne droicte G I à la ligne droicte I H, que de l'arc B C à l'arc D E. Mais par la 4. p. 6. d'Eucl. comme G I est à I H, ainsi G D à D N, c'est à dire par la 15 p. 5. d'Eucl. ainsi tout le diametre D L à tout le diametre D M, (car D N, O H, communes sections des plans parallels D E, O E, faictes par le plan A B, sont paralleles par la 16. p. 11. d'Eucl.) Il y aura donc aussi plus grand raison de D L diametre de la Sphere à D M diametre du parallel D F, que de l'arc B C à l'arc D E. Parquoy si le pole des parallels, &c. Ce qu'il faloit prouuer.

LEMME.

Or qu'il y ait plus grande raison de la ligne droicte G I à la ligne droicte I K, que de l'angle I K E à l'angle I G E, nous le demonstrerons proposant ce Theoreme.

En tout triangle rectangle, si de l'vn des angles aigus, est tirée vne ligne droicte au costé opposite; il y aura plus grande raison d'iceluy costé au segment qui est proche de l'angle droict, que de l'angle aigu, lequel la ligne tirée faict auec le susdict costé à l'autre angle aigu du triangle.



Soit le triangle rectangle E G I ayant l'angle I droict, & de l'angle aigu I E G, soit tirée comme on voudra au costé opposé G I la ligne droicte E K. Ie dis que la raison de la ligne droicte G I à I K est plus grande que de l'angle aigu I K E à l'angle aigu I G E. Car soit tiré par G la ligne droicte G A parallele à icelle E K, rencontrant la ligne I E prolongée en A. Et d'autant que l'angle I est droict, l'angle I E G sera aigu; & partant A E G obtus. Parquoy par la 19. p. 1. d'Eucl. au triangle G E I, le costé E G est plus grand que le costé G I; Mais au triangle A E G, il est moindre que le costé A G. Partant l'arc du cercle descrit de G & interuale G E, couppera la ligne droicte G I produite outre I, sçauoir est en B, mais la ligne droicte G A, pardeça A comme en C. Donc puis que le triangle G A E est plus grand que le secteur G C E; il y aura plus grande raison du triangle G A E au triangle G E I, que du secteur G C E au triangle G E I, par la 8. p. 5. d'Eucl. Mais la raison du secteur G C E au triangle G E I est encore

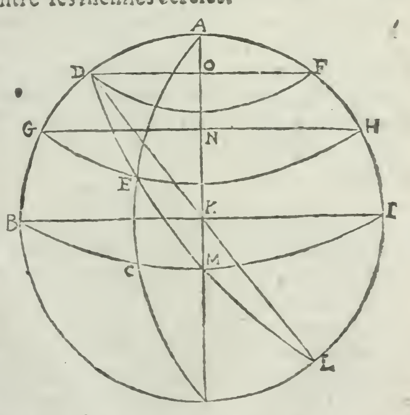
plus

plus grande qu'au secteur GEB*; pource que le triangle* GEI *est moindre que le secteur* GEB. *Il y a donc beaucoup plus grande raison du triangle* GAE *au triangle* GEI, *que du secteur* GCE *au secteur* GEB; *& partant en composant il y aura aussi plus grande raison du triangle* GAI *au triangle* GEI, *que du secteur* GCB *au secteur* GEB. *Mais par la 1.p.6.d'Eucl. comme le triangle* GAI *est au triangle* GEI, *ainsi est la ligne droicte* AI *à la ligne droicte* IE; *& par le corol. de la 33. p.6. d'Eucl comme le secteur* GCB *est au secteur* GEB, *ainsi est l'angle* BGC *à l'angle* BGE. *Il y aura donc plus grande raison de* AI *à* IE, *que de l'angle* BGA, *ou de son egal* IKE *à l'angle* IGE. *Mais comme* AI *est à* IE *ainsi est* GI *à* IK *par la 2. ou 4 p.6.d'Eucl. Il y aura donc aussi plus grande raison de la ligne droicte* GI *à la ligne droicte* IK, *que de l'angle* IKE *à l'angle* IGE. *Ce qui estoit proposé.*

SCHOLIE.

En quelque version est adiouste en ce lieu le Theoreme suivant.

Les mesmes choses estans posées, le diametre de la Sphere a moindre raison au diametre du paralle descrit par le poinct du cercle oblique, par lequel le grand cercle passe du pole, que la circonference du grand parallel intercepte entre le grand cercle premierement posé, & le grand cercle passant par les poles des parallels, à la circonference du cercle oblique intercepte entre les mesmes cercles.



Soient les Cercles descris, comme en la preced. prop. Ie dis qu'il y a moindre raison du diametre de la Sphere au diametre du parallel GE, *que de la circonference* BC *à la circonference* DE. *Que* GH, BI, *soient communes sections des cercles* GE, BC *avec le cercle* AB, *lesquelles seront diametres d'iceux, veu que* AB *tiré par les poles d'iceux, les couppe en deux egalement & à angles droicts par la 15.p.1*

Donc B I *sera aussi diametre de la Sphere. Et pource que le cercle* DE *est posé droict à* AB,*par la 13.p.1.* DI *passera par les poles d'iceluy* AB. *Par mesme raison* BC *passera par les poles du mesme* AB *Parquoy le poinct* M *auquel ils s'entrecouppent sera le pole du cercle* AB; *&* *partant le segment* DEL,*lequel est droict au cercle* AB,*est diuisé inegalement au poinct* E,*auquel les cercles* DE,GE *s'entrecouppent*; *&* *la moindre partie sera* ED,*puis que par la 28.p.3.d'Eucl. les arcs* MD, ML *sont egaux,les lignes droictes soubtendans iceux estans egales par la def. du pole. Donc par le 3. Theo du Scholie de la 21.p.2. estant tiree la ligne droicte* ED,*elle sera moindre que la ligne droicte* EG; *&* *partant veu que le cercle* GE *est moindre que le cercle* DE,*la circonference* EG *sera plus grande que la circonference* DE. *Car si par le Lemme de la 6 p. de ce liure la ligne droicte egale à la ligne droicte* E D, *oste du cercle* GE, *vn plus grand arc que la ligne droicte* DE *du cercle* DE,*à plus forte raison la ligne droicte* EG, *qui est plus grande que la ligne droicte* ED,*ostera vn plus grand arc &c. Parquoy par la 8.p 5. d'Eucl. il y aura plus grande raison de l'arc* B C *à l'arc* G E,*qu'à l'arc* DE. *Et d'autant que par la 10 p.2. les arcs* BC,GE,*sont semblables; comme l'arc* BC *est à toute la circonference du cercle* B C I, *ainsi l'arc* G E *est à toute la circonference du cercle* GEH; *&* *partant en permutant comme l'arc* B C *est à l'arc* G E , *ainsi toute la circonference du cercle* B C I *est à toute la circonference du cercle* G E H. *Il y aura donc aussi moindre raison de la circonference du cercle* BCI *à la circonference du cercle* GEH,*que de l'arc* BC *à l'arc* DE. *Mais comme la circonference du cercle* B C I *est à la circonference du cercle* GEH, *ainsi est le diametre* B I, *(qui est aussi diametre de la Sphere) au diametre* G H,*comme sera incontinent demonstré. Il y aura donc pareillement moindre raison de* B I *diametre de la Sphere à* G H *diametre du parallel* G E,*que de l'arc* B C *à l'arc* D E. *Ce qui estoit proposé.*

LEMME.

Or que comme la circonference du cercle B C I *est à la circonference du cercle* G E H,*ainsi soit le diametre* B I *au diametre* G H,*nous le demonstrerons ainsi. D'autant que par la 2.p.12.d'Eucl. le cercle* B C I *est au cercle* G E H,*comme le quarré du diametre* B I *au quarré du diametre* G H; *&* *que par la 15.p.5.d'Eucl. comme le cercle* B C I *est au cercle* G E H,*ainsi est le quadruple de celuy-là au quadruple de cestuy-cy; le quadruple du cercle* B C I *sera au quadruple du cercle* GEH,*comme le quarré du diametre* B I *est au quarré du diametre* GE. *Mais le rectangle compris soubs le diametre* B I, *&* *la ligne droicte egale à la circonference du cercle* B C I,*est quadruple*

d'iceluy cercle; & le rectangle compris soubs le diametre GH, *& la ligne droicte egale à la circonference du cercle* GEH *est quadruple d'iceluy cercle, comme apert par la premiere partie de la demonstration faicte au chap.* 11. *du* 3. *liure de nostre Geometrie pratique: donc le rectangle compris soubs le diametre* BI *& la circonference du cercle* BCI *sera au rectangle contenu soubs le diametre* GH *& circonference du cercle* GEH, *comme le quarré de* BI *au quarré de* GH; *& en permutant le rectangle compris du diametre & circonference du cercle* BCI *sera au quarré de* BI, *comme le rectangle contenu soubs le diametre & circonference du cercle* GEH *sera au quarré de* GH. *Mais par la* 1 *p.* 6. *d'Eucl. le rectangle compris du dia.* BI *& circonference du cercle* BCI *est au quarré de* BI, *comme la ligne droicte egale à la circonference dudit cercle* BCI *est à* BI, *pource que le rectangle & le quarré ont vne mesme hauteur* BI. *Par mesme raison le rectangle compris soubs* GE *& la circonference du cercle* GEH, *est au quarré de* GH, *comme la ligne droicte egale à la circonference du cercle* GEH *est à* GH. *Donc comme la circonference du cercle* BCI *sera au diametre* BI, *ainsi la circonference du cercle* GEH *sera au diametre* GH; *& en permutant comme la circonference du cercle* BCI *sera à la circonference du cercle* GEH, *ainsi le diametre* BI *sera au diametre* GH. *Ce qui estoit proposé. Ce Lemme est la prop.* 11. *du* 5. *liure des collections math. de Papus, où il demonstre que les circonferences des cercles sont entr'elles comme leurs diametres.*

COROLLAIRE.

Il aduient du Theoreme cy dessus, les mesmes choses estans posées, que la circonference du grand parallel intercepte entre le grand cercle AB *premierement posé, & le grand cercle* AC *passant par les poles des parallels, sçauoir est la circonference* BC *a plus grande raison à la circonference* DE *du cercle oblique intercepte entre les mesmes cercles, que le sinus total au sinus de la circonference* AE *du grand cercle passant par les poles des parallels; mais moindre que celle du sinus total au sinus de la circonference* AD *du grand cercle premierement posé, intercepte entre les poles des parallels & le cercle oblique. Car puis qu'il a esté demonstré par ce Theoreme que la raison de l'arc* BC *à l'arc* DE *est plus grande, que du diametre de la Sphere au diametre du parallel* GEH; *mais que par la* 15. *p.* 5 *d'Eucl comme* BI *diametre de la Sphere est à* GH *diametre du cercle* GEH, *ainsi est le semidiametre* BK, *c'est à dire le sinus total, au semidiametre* GN, *c'est à dire au sinus de l'arc* AE; *(car veu que par la* 10. *p.* 2. *les arcs* AG, AE, *sont*

egaux, & que GN est sinus de l'arc AG; il le sera aussi de l'arc AE.) il y aura pareillement plus grande raison de l'arc BC à l'arc DE, que du sinus total BK à GN sinus de l'arc AE.

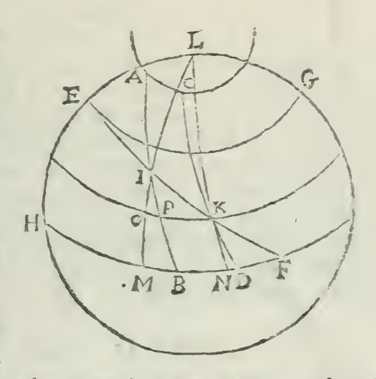
Derechef, puis qu'il a esté demonstré à la 11.p.3. qu'il y a moindre raison de l'arc BC à l'arc DE, que du diametre de la Sphere au diametre du parallel DF; mais que par la 15.p.5.d'Eucl. comme BI diametre de la Sphere à DF diametre du parallel DF, ainsi est BK sinus total à DO sinus de l'arc AD: il y aura pareillement plus grande raison de l'arc BC à l'arc DE, que du sinus total au sinus de l'arc A D. Ce qui estoit proposé.

Or que c'est que sinus, nous l'auons enseigné en nos memoires mathematiques; c'est pourquoy le lecteur desireux, tant de l'intelligence que vsage d'iceux sinus, aura recours au traicté que nous en auons faict.

Theor.12. Prop.12.

S'il y a en la Sphere des grands cercles qui touchent vn seul & mesme parallel, & qui prenent entr'eux semblables circonferences des parallels interposées entre l'vn & l'autre des grands cercles; mais qu'vn autre grand cercle oblique aux parallels, en touche de plus grands que ceux-là lesquels touchent les grands cercles premierement posez, & que le mesme cercle oblique couppe les mesmes grãds cercles premierement posez en des poincts posez entre le grand parallel & le cercle que touchent les grands cercles premierement posez: le diametre de la Sphere a plus grand raison au diametre du cercle qui touche le cercle oblique, que la circonference du grand parallel intercepte entre les cercles premierement posez & qui touchent vn mesme cercle, à la circon-

ference du cercle oblique intercepte entre les mesmes cercles.



En la Sphere, que les deux grãds cercles A B, C D, touchent vn mesme parallel A C, & prenent entr'eux semblables circonferences des parallels; mais qu'vn autre grãd cercle E F oblique aux parallels touche en E le parallel E G plus grand que le parallel A C, & couppe les deux premiers A B, C D, entre le grãd parallel H F, & le parallel A C, és poincts I, K. Ie dis qu'il y a plus grande raison du diametre de la Sphere au diametre du parallel E G, que de la circonference B D à la circonference I K.

Qu'ainsi ne soit: Par L pole des parallels, & par les poincts E, I, K, soient descris par la 20. p. 1 les grands cercles L H, L M, L N; & par K le parallel K O, couppant le cercle A B en P. D'autant que par la 11. p. 3 il y a plus grande raison du diametre de la Sphere au diametre du cercle E G, que de l'arc H M à l'arc E I; & que par le Coroll. de la 10. p. 3. l'arc H M a plus grande raison à l'arc E I, que l'arc M N à l'arc I K; Il y aura aussi plus grãde raison du diametre de la Sphere au diametre du cercle E G, que de l'arc M N à l'arc I K. Et pource que par l'hypotese l'arc P K est semblable à l'arc B D, & l'arc O K semblable à l'arc M N; & que par la 10. p. 2. l'arc P K est moindre que l'arc O K; pareillement l'arc B D sera moindre que l'arc M N; & partant par la 8. p. 5. d'Eucl. il y aura moindre raison de l'arc B D à l'arc I K, que de l'arc M N, au mesme arc I K. Veu donc qu'il a esté demonstré qu'il y a plus grande raison du diametre de la Sphere au diametre du cercle E G, que de l'arc M N à l'arc I K; il y aura beaucoup plus grande raison du diametre de la Sphere au diametre du

cercle E G, que de l'arc B D à l'arc I K. Si donc en la Sphere des grands cercles &c. Ce qu'il faloit prouuer.

SCHOLIE.

En l'exemplaire Grec, & en la traduction Latine de Penas, il y a que le double du diametre de la Sphere a plus grande raison au diametre du cercle E G, *que l'arc* B D *à l'arc* I K. *Ce qui est certes manifeste par nostre demonstration. Car puis que le diametre de la Sphere a plus grande raison au diametre du cercle* E G, *que l'arc* B D *à l'arc* I K; *le double du diametre de la Sphere aura beaucoup plus grande raison au diametre du cercle* E G, *que l'arc* B D *à l'arc* I K, *à cause que par la 8 p. 5. d'Eucl. le double du diametre de la Sphere a plus grande raison au diametre du cercle* E G, *que le diametre de la Sphere au mesme diametre du cercle* E G.

Theor. 13. Prop. 13.

Si en la Sphere, des cercles parallels prenent entr'eux circonferences egales de quelque grand cercle, de part & d'autre de ce poinct là auquel iceluy grand cercle couppe le grand parallel, & que par les poincts terminans les egales circonferences, & par les poles des parallels soient descris des grands cercles, ou que fussent descris des grands cercles qui touchent vn seul & mesme parallel: ils prendront entr'eux egales circonferences du grand parallel.

Qu'en la Sphere A B, les cercles parallels C D, E F, ostent du grand cercle A F, deux circonferences egales G C, G F, de part & d'autre du poinct G auquel le cercle A F couppe le grand parallel B G; & que par les poincts C, G, F, soient tirez des grands cercles, ou par les poles des parallels, comme en la pr. fig. ou touchans vn seul & mesme parallel, comme en la

fig. posterieure, couppans le grãd parallel és poincts H, I. Ie dis que les arcs G H, G I, sont egaux. Car d'autant que les arcs G C, G F, sont posez egaux, les parallels CD, E F, seront egaux, par la 17. p. 2. Donc par la 18. p. 2. les arcs G K, G L, seront aussi egaux : Parquoy estant tirées les lignes droictes CK, FL, elles seront egales par la 3. p. 3. & partant par la 28. p. 3. d'Eucl. és cercles egaux CD, E F, elles osteront arcs egaux CK, FL, & par consequent iceux arcs CK, FL seront semblables entr'eux. Mais par la 10 ou 13. p. 2. l'arc G H est semblable à l'arc C K, & l'arc G I semblable à l'arc F L. Les arcs G H, G I, seront donc aussi semblables entr'eux ; & par consequent egaux, puis qu'ils sont de mesme cercle. Si donc en la Sphere des cercles parallels &c. Ce qu'il faloit prouuer.

SCHOLIE.

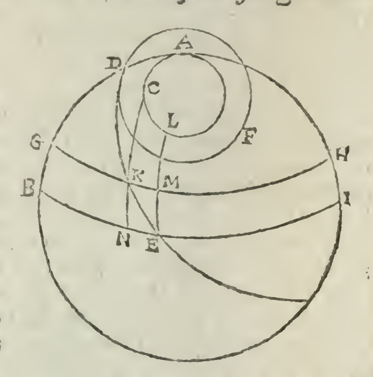
De cecy apert aussi, les mesmes choses estans posées, que tous arcs de grands cercles intercepts entre les parallels sont egaux entr'eux, tels que sont les arcs C H, H E, K G, G L, D I, I F. *Car puis que les arcs* G C, G H, *sont egaux aux arcs* G F, G I, *aussi les lignes droictes* C H, F I, *seront egales par la 3 p. 3. & partant par la 28. p. 3. d'Eucl. les arcs* C H, F I, *seront aussi egaux. Mais par la 10. ou 13. p. 2. les arcs* K G, D I, *sont egaux à l'arc* CH, *& les arcs* L G, E M *à l'arc* F I. *Tous ces six arcs seront donc egaux entr'eux.*

Theor. 14. Prop. 14.

Si en la Sphere vn grand cercle touche quelque cercle, & qu'vn autre grand cercle oblique aux parallels touche des cercles plus grands que ceux-là, lesquels le grand cercle premierement posé touchoit : Ils prendront entr'eux

inegales circonferences des cercles parallels, desquelles les plus proches de l'vn ou l'autre des poles, seront tousiours plus grãdes qu'elles puissent estre semblables aux plus esloignées.

Qu'en la Sphere le grand cercle A B touche le cercle A C, & qu'vn autre grand cercle D E en touche vn plus grand D F, & coupe deux paralels GH, BI en K, E. Ie dis que les arcs KH, EI, sont inegaux, & que KH le plus proche du pole apparent eſt plus grand que le ſemblable à l'arc E I plus eſloigné: ou que BE plus prochain du pole occulte eſt plus grand que l'arc ſemblable à GK plus eſloigné.



Qu'il ne ſoit ainſi: Par les poincts E, K, ſoient deſcris par la 15.p.2. des grands cercles L E, C N, touchans le cercle A C, tellement que les demy-cercles procedans de C par N, & de A par B, ne conuiennent: Item que les demy-cercles tendans de L par E, & de A par I, ne ſe rencontrent. Donc par la 12.p.2. les arcs MH, EI, ſeront ſemblables. Parquoy KH eſt plus grand que le ſemblable à l'arc E I. En la meſme maniere, d'autant que les arcs B N, G K, ſont ſemblables, l'arc B E plus proche de l'autre pole, ſera plus grand que le ſemblable à l'arc G K plus eſloigné du meſme pole. Parquoy ſi en la Sphere vn grand cercle &c. Ce qu'il faloit prouuer.

Fin du troiſieſme & dernier liure des Elemens Spheriques de Theodoſe.

Prix 2 tt. 0 s.

Aooo

